Fisica 1 per Informatici - Esonero 25 novembre 2008.

Soluzioni

1. Siccome il tempo impiegato per raggiungere il suolo è pari a $2\,\mathrm{s}$, la componente verticale della velocità, data da gt, vale $19.6\,\mathrm{m/s}$. Ne segue $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 28\,\mathrm{m/s}$.

2. Per $t = 1/\alpha$: $X(1/\alpha) = A\,(1 - 1/e)$ e $\dot{X}(1/\alpha) = A\,\alpha/e$, da cui $A = 10.0\,\mathrm{u}$ e $\alpha = 2.0\,\mathrm{s}^{-1}$ [**Soluzione con esponenziale positivo**: Per $t = 1/\alpha$: $X(1/\alpha) = A\,(1-e)$ e $\dot{X}(1/\alpha) = -A\,\alpha\,e$, da cui $A = -3.68\,\mathrm{u}$ e $\alpha = 0.74\,\mathrm{s}^{-1}$]

3. Chiamando v_1 la velocità raggiunta nel primo esperimento e, rispettivamente, v_i e v_f la velocità iniziale nel secondo esperimento, dalla relazione $L = \Delta E_c$, abbiamo, per i due esperimenti: $L = 1/2\,m\,v_1^2$ e $L = 1/2\,m\,v_f^2 - 1/2\,m\,v_i^2$, da cui $1/2\,m\,v_1^2 = 1/2\,m\,v_f^2 - 1/2\,m\,v_i^2$. Quindi $v_f^2 = v_1^2 + v_i^2$ da cui $v_f = 5\,\mathrm{m/s}$.

4. Essendo $a = v^2/R$ e $T = c/v$, otteniamo $T = \sqrt{2\pi c/a} = 30.7\,\mathrm{s}$.

5. 1) $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = -6\,\mathrm{N}^2$ (per componenti) è anche uguale a $|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cos\theta$: $|\vec{F}_1| = 3.74\,\mathrm{N}$, $|\vec{F}_2| = 5.20\,\mathrm{N} \rightarrow \theta = 1.88\,\mathrm{rad}$ ($\approx 108°$).
   2) $\vec{F}_1 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = (-2, 4, -3)\,\mathrm{N}$ (modulo $5.4\,\mathrm{N}$).

6. Essendo $\Delta E_p = -L$, dalla convenzione adottata per lo zero dell'energia potenziale otteniamo $E_p(x) = -\,L|_0^x = -\alpha\,x - (\beta/3)\,x^3$. Per $x = 2\,\mathrm{m}$ si ottiene $E_p = 5.33\,\mathrm{J}$.

7. Dalla relazione $L = \Delta E_c$, applicata dall'inizio alla fine del processo, abbiamo $mgh - \mu_D mgl = 0$, ovvero $mgd\sin\alpha - \mu_D mgl = 0$, da cui $\mu_D = (d\sin\theta)/l = 0.125$.

8. $\alpha(t) = \alpha_0 \cos\omega t$, da cui $\dot{\alpha}(t) = -\omega\alpha_0 \sin\omega t$ e $\ddot{\alpha}(t) = -\omega^2\alpha_0 \cos\omega t$, con $\omega = 3.14\,\mathrm{s}^{-1}$, essendo $T = 2\,\mathrm{s}$. Si ottiene quindi che $\dot{\alpha}(0.25\,\mathrm{s}) = -8.9\,\mathrm{gradi/s}$ e $\ddot{\alpha}(0.25\,\mathrm{s}) = -28\,\mathrm{gradi/s}^2$.

9. Essendo $E_{c_p} = p^2/(2m_p)$ e $E_{c_c} = p^2/(2m_c)$, con stesso p^2 (conservazione della quantità di moto), si ottiene che $E_{c_c} = (m_p/m_c)\,E_{c_p} = 2.5\,\mathrm{J}$.

10. Dimensionalmente $v_F \propto \sqrt{gR}$, ma essendo $g \propto M/R^2 \propto \rho R^3/R^2 = \rho\,R$, si ottiene $v_F = k\,R\,\sqrt{\rho}$, ove k è una costante di proporzionalità il cui valore numerico è irrilevante. Quindi, per i due pianeti abbiamo $v_{F_1} = k\,R_1\sqrt{\rho_1}$, $v_{F_2} = k\,R_2\sqrt{\rho_2}$. Ma essendo $R_1 = 2R_2$ e $\rho_1 = 4\rho_2$, abbiamo $v_{F_1} = k\,2R_2\sqrt{4\rho_2} = 4v_{F_2}$, ovvero $v_{F_2} = v_{F_1}/4 = 3\,\mathrm{km/s}$.