

Fisica 1 per Informatici - Scritto 16/9/09 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \{-1, -1, -2\} \text{ N}$.
Per quanto riguarda l'angolo, si usano i due modi di calcolare il prodotto scalare (dalle componenti e da moduli e angolo), ottenendo: $\cos \theta = (\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3) / (|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_3|) = -0.546$, da cui $\theta = 2.14 \text{ rad}$, o 123 gradi.
2. $d/v_1 - d/v_2 = \Delta t$, da cui segue $d = \Delta t (v_1 \times v_2 / (v_2 - v_1))$. Con i dati del problema si ottiene $d = 17553 \text{ m}$, ovvero circa 17.5 km.
3. Essendo $g = GM/R^2 = G\rho(4/3\pi R^3)/R^2 = 4/3\pi G\rho R$, se $R_p = 2R_t$ e $\rho_p = 1.2\rho_t$, allora $g_p = 2.4g_t$. Il periodo del pendolo vale quindi $T_p = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2.4g_t}} = \frac{1}{\sqrt{2.4}}T_t = 0.645 \text{ s}$. Per riottenere 1 s bisogna allungare la lunghezza del pendolo di un fattore 2.4.
4. La variazione della quantità di moto è pari all'impulso della forza: $\Delta p = I_F = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt = \int_0^{\Delta t} F(t) dt = \alpha \Delta t + \beta \Delta t^2/2$. Con i dati del problema abbiamo $\Delta p = 28.5 \text{ kg m/s}$.
5. Chiamando F_i la risultante delle forze su ciascun vagoncino, F_t la forza esterna applicata al primo vagoncino, a l'accelerazione del trenino (comune ai tre vagoncini) e T_{12} e T_{23} le tensioni fra i vagoncini, abbiamo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}ma &= F_1 = F_e - T_{12} \\ma &= F_2 = F_{12} - T_{23} \\ma &= F_3 = T_{23}.\end{aligned}$$

Risolvendo, otteniamo: $a = F_e/3m$, $T_{12} = 2/3 F_e$ e $T_{23} = F_e/3$, ovvero, con i dati del problema, $a = 5 \text{ m/s}$, $T_{12} = 10 \text{ N}$ e $T_{23} = 5 \text{ N}$.

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi:

$$Q = m c_g \Delta T_1 + \lambda_f m + m c_a \Delta T_2 + 0.1 \lambda_e m,$$

il cui valore è pari a 244 kcal, ovvero $1.02 \cdot 10^6 \text{ J}$, ossia 0.28 kwh.

7. Essendo la forza di attrito $-\beta v$, da " $F = ma$ ", otteniamo $-\beta v = ma = m \frac{dv}{dt}$, ovvero $\frac{dv}{dt} = -\frac{\beta}{m} v$, che ha soluzione $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$, con $\tau = m/\beta$.
Dal tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ della velocità otteniamo quindi $\tau = t_{1/2} / \ln 2$, dal quale ricaviamo $\beta = m/\tau$. Infine la forza per mantenere l'auto a 18 km/h ($= 5 \text{ m/s}$) è pari, in modulo, alla forza di attrito a tale velocità, ovvero $\beta v_0/2$.
Con i dati del problema: $\tau = 100 \text{ s}$, $\beta = 10 \text{ kg/s}$, $F = 50 \text{ N}$.
8. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2 \text{ cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = -8 \times 10^{-7} \text{ N}$ (tende ad attrarre la carica positiva verso il filo).

9. La resistenza equivalente vale nei due casi $12\ \Omega$ (serie) e $1.28\ \Omega$ (parallelo). Quindi l'intensità di corrente, la potenza e la durata della batteria valgono, nei due casi: 1 A e 9.4 A; 12 W e 113 W; 7 h e 45 min.
10. Baricentro (o centro di massa) lungo x : $x_G = \sum_i m_i x_i / \sum_i m_i = 1/2\text{ m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
L'accelerazione angolare è data da M/I . Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2 m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\text{ kg m}^2$, $I_A = 4\text{ kg m}^2$ e $I_B = 12\text{ kg m}^2$. Le accelerazioni angolari valgono quindi 4, 3 e 1 s^{-2} (o rad/s^2).