Fisica 1 per Informatici - 2 febbraio 2009.

Soluzioni

1. La componente verticale della velocità vale $v_z = \sqrt{v^2 - v_x^2} = 19.6\,\mathrm{m/s}$ ed è raggiunta dopo 2.0 secondi ($t_c = v_z/g$). Quindi l'oggetto atterra a $40\,\mathrm{m}$ dalla torre ($v_x\, t_c$).

2. Essendo $\tau = m/\beta$ (vedi formulario) e $v_f = mg/\beta$ (ottenuta dalla condizione $mg - \beta v_f = 0$), si ottiene la relazione $v_f = \tau g$. Ne segue che τ vale $1.02\,\mathrm{s}$, da cui $v(1\,\mathrm{s}) = 6.45\,\mathrm{s}$, in quanto la velocità segue la legge $v(t) = v_f\,(1 - e^{-t/\tau})$.

3. 1) Essendo $F(x) = -dE_p/dx$, otteniamo $F(x) = \alpha + \beta x^2$. 2) La forza si annulla per $x = \pm\sqrt{-\alpha/\beta} = \pm 2\,\mathrm{m}$.

4. Dalla relazione $L = \Delta E_c$, applicata dall'inizio alla fine del processo, abbiamo $mgh - \mu_D mgl = 0$, ovvero $mgd\sin\theta - \mu_D mgl = 0$, da cui $\sin\theta = \mu_D\, l/d = 0.5$, ovvero $\theta = 30^o$.

5. L'energia cinetica iniziale vale $E_{c0} = \frac{p_A^2}{2m_A} + \frac{p_B^2}{2m_B}$. Ma, se i due corpi si sono fermati dopo l'urto completamente anelastico, vuol dire che $p_A = -p_B$, ovvero $p_A^2 = p_B^2$. Ne segue che $p_A^2 = p_B^2 = 2\frac{m_A m_B}{m_A+m_B} E_{c0}$, da cui $E_{c_A} = \frac{p_A^2}{2m_A} = \frac{m_B}{m_A+m_B} E_{c0}$ e $E_{c_B} = \frac{p_B^2}{2m_B} = \frac{m_A}{m_A+m_B} E_{c0}$, i cui valori numerici sono, con i dati del problema, $E_{c_A} = 2.5\,\mathrm{J}$ e $E_{c_B} = 1000\,\mathrm{J}$

6. La quantità di calore necessaria per la trasformazione è costituita da quattro contributi: $Q = m\,c_g\,\Delta T_1 + \lambda_f\, m + m\, c_a\, \Delta T_a + 0.5 \times \lambda_e\, m$ il cui valore è pari a 460 kcal, ovvero 1.92MJ, ossia 0.535 kwh.

7. Il sistema è analogo di massa sospesa a molla ($k \leftrightarrow 1/C$; $m \leftrightarrow L$) e, quindi, periodo $T = 2\pi\sqrt{LC} = 20\,\mu\mathrm{s}$. La carica si inverte ogni semiperiodo e quindi per la prima volta dopo $10\,\mu$ da quando il circuito è stato chiuso.
   Se l'energia è ugualmente ripartita fra condensatore e induttore vuol dite che $E_C = E_{C_0}$, ovvero $\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{C}Q_0^2\right)$, da cui $Q(t^*) = Q_0/\sqrt{2}$. Dall'andamento della carica del condensatore in funzione del tempo, $Q(t) = Q_0\cos\omega t$, si ottiene $\cos\omega t^* = 1/sqrt2$, ovvero $\omega t^* = \pi/4$ e quindi $t^* = T/8$, pari a $2.5\,\mu\mathrm{s}$.

8. $E_c = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}$. Siccome L si conserva, un raddoppio di E_c implica un dimezzamento di I, ovvero una riduzione di un fattore $\sqrt{2}$ della distanze fra le masse, in quanto $I \propto d^2$. Quindi $l_f = l_i/\sqrt{2} = 70.7\,\mathrm{cm}$.
   Inoltre, essendo $L = \omega I$ costante, ad un dimezzamento di I segue un raddoppio di ω e quindi $\omega_f = 200\,\mathrm{red/s}$.

9. La forza di Lorentz è pari a $q\vec{v}\wedge\vec{B}$, che, in termini delle componenti, può essere valutata come
   $$\vec{F}_L = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \{0,\ 0,\ -1.3\times 10^{-6}\}\,\mathrm{N}\,.$$
   Sono ritenute valide anche altre soluzioni (inclusa quella in cui l'angolo fra $\vec{v}$ e $\vec{B}$ è ricavato per via grafica) che portino, mediante ragionamenti consistenti, alla soluzione corretta: modulo pari a $1.3\times 10^{-6}\,\mathrm{N}$, direzione dell'asse x, verso delle z decrescenti.

10. La potenza vale, nei due casi, $P_{AB} = V^2/R_{AB}$ e $P_{AC}V^2/R_{AC}$. Essendo la resistenza vista dai capi AB (parallelo di R e $3R$, e quindi $< R$) inferiore di quella vista dai capi AC (parallelo di $2R$ e $2R$, e quindi pari a R), $P_{AB} > P_{AC}$.
(Più precisamente, $R_{AB} = \frac{R\times(3R)}{R+3R} = \frac{3}{4}R$, mentre $R_{AB} = \frac{2R\times(2R)}{2R+2R} = R$ e quindi $P_{AB} = \frac{4}{3}P_{AC}$.)