Fisica 1
Informatici
(A.A. 03/04, Canale P-Z, Prof. G. D'Agostini)

1. **Mercoledi 3/3, 14:00–16:00**

   Moto del punto materiale. Definizioni di velocità e accelerazione nel moto in una dimensione.

2. **Venerdi 5/3, 14:00–16:00**

   Test di autovalutazione

3. **Mercoledi 10/3, 14:00–16:00**

   Problemi di cinematica (moto rettilineo)

4. **Giovedi 11/3, 18:19**

   Introduzione al moto circolare. Cenni su angoli e trigonometria.

5. **Venerdi 12/3, 14:00–16:00**

   Vettori (componenti e somma); piano inclinato.
   Riepilogo in data 13/3: Moto uniformemente accelerato in una e in due dimensioni (proiettile); moto circolare (solo angolo, velocità angolare e accelerazione angolare. niente accelerazione centripeta). Introduzione ai vettori: componenti cartesiane, moltiplicazione per numero reale, somma. (Senza esercizi.)

6. **Mercoledi 17/3, 14:00–16:00**

   $\vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F}_p = m\vec{g}$, piano inclinato (scomposizioone vettori; calcolo del tempo di discesa). $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t$ e quindi $\vec{a}$ anche in moto circolare uniforme ($\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = 0$, ma $|\mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t| = \omega^2 R$); Accelerazione centripeta $\vec{a}_c$. Citazione di $F = G\, m_1\, m_2/r^2$

7. **Giovedi 18/3, 18:19**

   Commenti sul test di autovalutazione. Questioni organizzative (orario, testo). Sondaggio informale su istituto di provenienza e linguaggi di programmazione (più o meno ok con il C). Review di cinematica: concetto intuitivo di velocità (partendo da stampanti e connessioni di rete...); grafico orario di una trasmissione dati in funzione del tempo. Velocità media e istantanea di un punto materiale. Lettura dei diagrammi $s(t)$ e costruzione dei diagrammi 'derivati' $v(t)$ e $a(t)$. Problema inverso: da $a(t) \to v(t),\ s(t)$.

8. **Venerdi 19/3, 14:00–16:00**

   Ancora diagrammi orari. Significato delle 'aree' nei diagrammi $v(t)$ e $a(t)$. Studio del moto lungo la verticale mediante diagrammi orari. $F = G\,M\,m/r^2$ e $g = G\,M/r^2$. da

$v = \Delta s/\Delta t$ e $a = \Delta v/\Delta t$ a, rispettivamente, $\Delta s = v\Delta t$ e $\Delta v = a\Delta t$. Ragionamento iterativo e implementazione in C di

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + \sum_i \Delta v_i && (1)\\ &= v_0 + \sum_i a(t_i)\Delta t && (2)\\ s(t) &= s_0 + \sum_i \Delta s_i && (3)\\ &= s_0 + \sum_i v(t_i)\Delta t && (4)\\ & && (5) \end{aligned}$$

Limite al continua per $\Delta t \to 0$: classiche formule con derivate (nelle definizioni di v e a) e integrali (come limite di sommatorie di infiniti elementi infinitesimi).
Tempo e spazio di frenata: ripetiamo esercizio standard e ne utilizziamo i risultati per risolvere rapidamente il problema delle gittate. Forza frenate conoscendo spazio di frenata.
Per casa: v_0 sapendo spazio di frenata; esercizietti su velocità 'media'.

9. **Mercoledi 24/3, 14:00–16:00**

Check problemi per casa. Reintroduzione dinamica: principio di inerzia; '$f = m\,a$'. Sistemi inierziali e non con esempi. Oggetti su piattaforma ruotante: forza centripeta e centrifuga. 'Partire per la tangente'. Esercizio sul 'giro della morte' (calcoli per casa). Reazione vincolare in alto e in basso. Satellite in orbita. Perché il moto non dipende dalla massa: massa inerziale e massa gravitazionale. Chi attira chi? Significato di $F = G\,M\,m/r^2$. Inerzia (anche nel linguaggio comune).
Per casa: Satellite in orbita geostazionaria; Calcolo distanza Terra-Luna; calcolo massa del sole; relazione fra raggio e periodo per oggetti in orbita circolare.

10. **Giovedi 25/3, 18:19**

Soluzioni esercizi. In particolare: relazione $T^2 \propto R^3$ per orbite circolare. Significato e rilevanza pratica di orbite geostazionarie. Estensione (non dimostrata) da orbite circolari ad orbite ellittiche (semplicemente dovute al fatto che non c'e' istante per istante fra forza gravitazionale e forza centrifuga): Leggi di Keplero.
Forza gravitazionali fra corpi non puntiformi: $\vec{F} = \sum_i F_i = \sum_i \frac{G\,\mu_i\,m}{r_i^2}\hat{r}_i$ (se m è di un corpo puntiforme). Attrazione gravitazionale fra una massa distribuita uniformemente sulla superficie di una sfera e un punto materiale interno od esterno ad essa (consequenze del teorema di Gauss). Applicazione al problema del 'pozzo per il centro della Terra': forza gravitazionale in funzione della distanza dal centro della terra x: $F = -4/3\pi G\,\rho\,m\,x$, ove ρ indica la densità della terra ($5.5\,10^3\,\mathrm{kg/m^3}$). Da $F = m\,a$ segue l'equazione differenziale

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}\,t^2} + \frac{4}{3}\pi\rho\,G\,x = 0\,. \qquad (6)$$

Comportamento molla (esperienza in aula). Condizione di equilibrio: $F_m = mg$; linearità fenomenologica di allungamento in funzione di m: $(L_{eq} - L_0)k = mg$. Forza di richiamo se il corpo viene spostato di x dalla posizione di equilibrio L_{eq}: $F(x) = -k\,x$. Da $F = m\,a$ segue l'equazione differenziale

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}\,t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0\,. \qquad (7)$$

Le (6) e (7) sono formalmente equivalenti:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}\, t^2} + \omega^2\, x \quad = \quad 0\,, \tag{8}$$

ove, per ora, ω^2 ha soltanto il significato di costante positiva. La (8) è una equazione differenziale: la sua soluzione non è semplicemente un numero, ma la funzione $x(t)$.

11. **Mercoledi 31/3, 14:00–16:00**

Precisazioni su teorema di Gauss: non abbiamo visto la formulazione generale del teorema, ma sono delle consequenze su gusci sferici e quindi su sfere piene e omogenee.
Dimensioni di ω^2 e di ω dalla (8): si possono solo sommare e sottrarre grandezze omogenee.
Dimensioni di k della molla. I diversi modi di scrivere ω^2 nel problema del pozzo per la terra:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{4/3\pi\rho\, G\, m}{m} && (9)\\ &= 4/3\pi\rho G && (10)\\ &= \frac{g}{R_T}\,, && (11) \end{aligned}$$

ove R_T é il raggio della terra [la (10) è utile per associare le 'costanti di richiamo' $4/3\pi\rho\, G\, m \leftrightarrow k$].
Studio di $x(t)$, $v(t)$ e $a(t)$: *a*) ragionamenti qualitativi; *b*) ragionamenti su variazioni discrete

$$\begin{aligned} v(t+\Delta t) &= v(t) + a_m\, \Delta t && (12)\\ x(t+\Delta t) &= x(t) + v_m\, \Delta t && (13) \end{aligned}$$

e sua implementazione in C (vedi sito web); *c*) risoluzione dell'equazione differenziale (8), con le condizioni iniziali $x(t=0) = R_T = x_{max} = A$, mediante *soluzione di prova* $x(t) = A\, \cos(\omega\, t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &= A\, \cos(\omega\, t) && (14)\\ v(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) = -\omega\, A\, \sin(\omega\, t) && (15)\\ a(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} v(t) = -\omega^2\, A\, \cos(\omega\, t) = -\omega^2 \cos(\omega\, t)\,. && (16) \end{aligned}$$

Check qualitativi e dimensionali. Significato di ω: pulsazione (in rad/s). Periodo $T = 2\,\pi\omega$.
Calcolo di $|v_{max}|$, ω e T per il problema del pozzo: $|v_{max}| = \omega\, A = \omega\, R_T = \sqrt{g\, R_T} \approx 7900\,\mathrm{m/s}$; $\omega = 1.23 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1]}$ (o rad/s); $T \approx 5100\,\mathrm{s} = 1^h 24'$.
Molla: misura in aula di k da allungamento di 13.0 cm avendo aggiunto 7 dischetti da 100 g ciascuno: $k = \Delta F/\Delta x = g\Delta m/\Delta x = 53\,\mathrm{N/m}$. Misure del periodo per 5 e 10 dischetti: 0.61 e 0.85 s. Confronto con la teoria: OK: $\rightarrow$ conti **per casa**
Definizione del **lavoro** in caso *unidimensionale* e per forza costante: $L = F\, \Delta x$. Lavoro positivo e negativo e variazione di velocità nel caso di forza gravitazione mg (ragionamenti qualitativi). Lavoro nel caso di forza che dipende dalla posizione: $L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n F_i \Delta_{x_i}$ e limite ($n \rightarrow \infty$; $\Delta_{x_i} \rightarrow 0$):

$$L \quad = \quad \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, \mathrm{d}x\,. \tag{17}$$

Definizione dell'energia cinetica e connessione al lavoro mediante il cosiddetto teorema dell'energia cinetica (o delle 'forze vive'), consequenza di "$F = m\, a$":

$$L(x_1 \rightarrow x_2) = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, \mathrm{d}x \quad = \quad \int_{x_1}^{x_2} m \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\, \mathrm{d}x \tag{18}$$

$$
\begin{aligned}
&= \int_{x_1}^{x_2} m \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\, v\, \mathrm{d}t && (19)\\
&= \int_{x_1}^{x_2} m\, v\, \mathrm{d}v && (20)\\
&= \frac{1}{2}\, m\, v^2 \bigg|_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}\, m\, v^2(x_2) - \frac{1}{2}\, m\, v^2(x_1) && (21)\\
&= E_c(x_2) - E_c(x_1)\,, && (22)
\end{aligned}
$$

avendo definito $E_c = 1/2\, m\, v^2$ come **energia cinetica**:

$$
\rightarrow \quad L \quad = \quad \Delta E_c\,. \qquad (23)
$$

Esempi (conti **per casa**): *a*) corpo cade da 10 m: $\rightarrow$ velocità finale; *b*) corpo lanciato verso l'alto con $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$: dove arriva? *c*) corpo lanciato verso l'alto con $v_0 = 30\,\mathrm{m/s}$: velocità quando è salito di 10 dalla posizione iniziale.
$\rightarrow$ Discussione sui vantaggi di usare il lavoro invece di risolvere in dettaglio le equazioni del moto.

12. **Giovedi 1/4, 18:19**

Unità di misura del lavoro e dell'energia: Joule = Newton$\times$m, simbolo J.
Indipendenza del periodo dell'oscillatore armonico dall'ampiezza.
Lavoro della forza di richiamo dell'oscillatore armonico: valutazione della velocità massima da $1/2\, k\, A^2 = 1/2\, m\, v^2$. Lavoro su un ciclo di forza gravitazionale e della forza elastica: forze conservative (lavoro su ciclo è nullo). Motivazione per introdurre l'**energia potenziale** e sua definizione formale $\Delta E_p = L$, ovvero $\Delta E_c = -\Delta E_p$. Conservazione dell'energia meccanica totale. Scelta del 'livello di riferimento' per l'energia potenziale: espressione dell'energia potenziale per oscillatore armonico e gravità nell'intornmo della superficie terrestre: $E_p(x) = 1/2\, k\, x^2$; $E_p(h) = m\, g\, h$.
Problema con il caso generale di forza gravitazionale da corpo puntiforme (cfr. anche caso di forza elettrica!): $E_p(R = \infty) = 0 \Rightarrow E_p(R) = -G\, M\, m/R$. Energia totale di un satellite in orbita circolare: $E_{Tot}(R) = E_c(R) + E_p(R) = 1/2\, m\, v^2 - G\, M\, m/R = -1/2\, G\, M\, m/R$, avendo imposto il bilancio fra forza centrifuga e centripeta $(m\, v^2/R = G\, M\, m/R^2)$. Significato di energia totale negativa. Velocità di fuga per proiettile lanciato verso l'alto: $E_c(\infty) = E_p(\infty) = 0 = E_{Tot}(\infty) == E_c(R_T) + E_p(R_T)$: $v_f = \sqrt{2\, G\, M/R_T} = \sqrt{2\, g\, R_T} \approx 11.2\,\mathrm{km/s}$.
Espansione di $E_p(R)$ intorno a R_T:

$$
\begin{aligned}
E(R_T + h) &= -\frac{GMm}{R_T + h} = -\frac{GMm}{R_T(1 + h/R_T)} && (24)\\
&\approx -\frac{GMm(1 - h/R_T)}{R_T} = -\frac{GMm}{R_T} + \frac{GMm}{R_T^2}\, h && (25)\\
&\approx E_p(R_T) + mgh && (26)\\
&\approx E_p(R_T) + E_p|_{R_T}(h)\,, && (27)
\end{aligned}
$$

avendo chiamato $E_p|_{R_T}(h) = mgh$ il potenziale rispetto a R_T.
Espressione della forza dalla funzione energia potenziale: $F(x) = -\mathrm{d}E_p(x)/\mathrm{d}$. Caso intuitivo delle 'montagne russe', in cui $E_p(h) \propto h$. Forze nei diversi casi di $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x$: punti di equilibrio. Funzioni di energia potenziale per oscillatore armonico e forza gravitazionale nel caso generale.
Per casa: ricavarsi F dalle funzioni di energia potenziale nei casi incontrati; semplici problemi sul bilancio $E_p \leftrightarrow E_c$.

13. **Venerdi 2/4, 14:16**

Costituenti della materia: elettrone, protone, neutrone; carica e massa. Atomo di idrogeno, numero di Avogadro e massa del protone. Atomo: nucleo e nuvola di elettroni.
Forza di Coulomb; analogia con la gravitazione. Espressione vettoriale della forza di Coulomb. Forze elettriche fra cariche puntiformi; esempi: tre cariche lungo una retta, quattro cariche ai vertici di un quadrato, carica appesa a un filo in presenza di una seconda carica (bilanciamento fra gravita' e forza elettrica).
Da forza a campo elettrico: $\vec{E}$ generato da carica puntiforme.

14. **Mercoledi 7/4, 14:16**

Riepilogo forza gravitazionale e coulombiana:

	Gravità	Coulomb
F	$-\frac{G\,M\,m}{r^2}$	$\frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q\,q}{r^2}$
$\vec{F}$	$-\frac{G\,M\,m\,\vec{r}}{r^3}$	$\frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q\,q\,\vec{r}}{r^3}$
campo	$\vec{g} = -\frac{G\,M\,\vec{r}}{r^3}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q\,\vec{r}}{r^3}$
E_p	$-\frac{G\,M\,m}{r}$	$\frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q\,q}{r}$
potenziale	$-\frac{G\,M}{r}$	$V = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q}{r}$

ove il campo indica la forza per "unità di carica" (m ha il significato di 'carica' gravitazionale), e il potenziale indica l'energia potenziale per unità di 'carica'. Grafici dei potenziali elettrostatici e delle energie potenziali per le diverse configurazioni di carica ($Q \cdot q > 0$ e $Q \cdot q < 0$).
Linee di campo e significato di campo vettoriale. Unità di misura di potenziale elettrostatico (Volt) e di campo elettrico (N/C, o, più comunemente, V/m). Esempi: avvicinamento di protone veloce su protone fermo $\rightarrow$ bilancio energia potenziale e cinetica; Grafico di energia potenziale con la condizione $E_{Tot} = E_c(R = \infty)$. Definizione generale di differenza di potenziale fra due punti: esempio dell'elettrone accelerato fra due placchette. Accenni ai limiti della meccanica classica: $v \ll c$.
Periodo del moto oscillatorio del pozzo per la terra e del moto di rotazione di un satellite radente alla superficie terrestre: $T = 2\pi\sqrt{R_T/g}$ per entrambi: $\rightarrow$ il moto armonico può essere visto come la proiezione di un moto circolare uniforme:

$$\vec{r}(t) = \left\{ \begin{array}{lcl} x(t) & = & R\cos\omega t \\ y(t) & = & R\sin\omega t \end{array} \right. \tag{28}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}(t)}{\mathrm{d}} = \left\{ \begin{array}{lcl} v_x(t) & = & -\omega R\sin\omega t \\ v_y(t) & = & \omega R\cos\omega t \end{array} \right. \tag{29}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}(t)}{\mathrm{d}} = \left\{ \begin{array}{lcl} a_x(t) & = & -\omega^2 R\cos\omega t = -\omega^2\,x(t) \\ a_y(t) & = & -\omega^2 R\sin\omega t = -\omega^2\,y(t) \end{array} \right. \Rightarrow -\omega^2\vec{r}(t)\,, \tag{30}$$

i cui moduli sono, rispettivamente $r(t) = R$, $v(t) = \omega R$ e $a(t) = \omega^2 R = v^2(t)/R$.
Lavoro e bilancio energia potenziale e potenziale:

- Forze conservative $\rightarrow$ $L_{F^{(i)}_{cons}}\Big|_A^B = -\,\Delta E_p^{(i)}\Big|_A^B$, ove l'indice i indica che la relazione è valida per ciascuna delle forze conservative in gioco
- Tutte le forze $\rightarrow$ $L_{tot}|_A^B = \Delta E_c|_A^B$, ove il pedice *tot* indica che si tratta del lavoro fatto dalla risultatnte di tutte le forze che agiscono sul corpo, conservative o non.

– Se sono presenti solo forze conservative: si conserva l'energia meccanica totale: $E_c + E_p =$ *costante*.

Classica forza non conservativa: forza di attrito con coefficiente di attrito dinamico μ_D: $\vec{F}_A = -\mu_D\, m\, g\, \hat{v}$: forza sempre opposta a spostamento: lavoro sempre negativo. Corpo trascinato a velocità costante: $\vec{F}_A = -\vec{F}_T$: lavoro totale nullo. Sola forza di attrito su tratto d: $L_A = -\mu_D\, m\, g\, d \Rightarrow \Delta E_c$. Se la forza di attrito arresta il corpo: $-\mu_D\, m\, g\, d = 0 - 1/2mv_{in}^2$. Problemi tipici: a seconda dei dati del problema, determinare v_{in}, d, μ_D, etc.
[(*Non fatto a lezione*): Attrito statico: è una forza che si oppone allo spostamento iniziale del corpo: $\vec{F}_{A_S} = -\vec{F}_T$, ove $\vec{F}_T$ è la forza di trazione con la quale si tenta di spostare il corpo (quindi $\vec{F}_{A_S} + \vec{F}_T = 0$ e il corpo non si muove). La forza di attrito statico resiste allo spostamento finché $|\vec{F}_{A_S}| = |\vec{F}_T| = -\mu_S\, m\, g$, ove μ_S è il coefficiente di attrito statico. Quindi il corpo comincia a muoversi e subentra la forza di attrito dinamico. Nota che μ_S è in generale maggiore di μ_D, ovvero serve più forza per spostare il corpo di quanta non ne serve per farlo muovere con velocità costante (ovvero $\vec{F}_T$ bilanciata esattamente da $\vec{F}_A = -\mu_D\, m\, g\, \hat{v}$.]

15. **Mercoledi 14/4, 14:00–16:00**

Lavoro in 3D: somma dei lavori delle componenti:

$$\mathrm{d}L = \mathrm{d}L^{(x)} + \mathrm{d}L^{(y)} + \mathrm{d}L^{(y)} = F_x \mathrm{d}x + F_y \mathrm{d}y + F_z \mathrm{d}z = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}. \tag{31}$$

Operazioni su vettori, dati $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, etc

– Prodotto per uno scalare: $\alpha\, \vec{a} = \alpha\, (a_x, a_y, a_z) = (\alpha \cdot a_x, \alpha \cdot a_y, \alpha \cdot a_z)$.
– Prodotto per componenti, ovvero $(a_x \cdot b_x,\ a_y \cdot b_y,\ a_z \cdot b_z)$, esiste solo nei linguaggi di programmazione di alto livello, non esiste in geometria
– **Prodotto scalare**: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\theta$ ("prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo fra essi compreso"). puo' essere visto come prodotto modulo per proiezione $(a \cdot (b\cos\alpha)$ o $(b \cdot (a\cos\alpha))$; commuta ($\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$); $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$; $\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$, mentre $\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = 0$, etc.; proprietà distributiva: $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$. In particolare, ne segue che

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \cdot (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k}) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z\,. \tag{32}$$

Lavoro positivo, negativo o nullo. Caso del moto circolare, per ogni dt:

– Forza (centripeta) radiale, $ds = \vec{v}\mathrm{d}t$ tangenziale: $\alpha = \pi/2 \rightarrow \cos\alpha = 0 \rightarrow L = 0$;
– In dettaglio:

$$\mathrm{d}L(t) = F_x v_x \mathrm{d}t + F_y v_y \mathrm{d}t \tag{33}$$
$$= [(-m\omega^2 R\cos\omega t) \cdot (-\omega R\sin\omega t) + (-m\omega^2 R\sin\omega t) \cdot (\omega R\cos\omega t)]\mathrm{d}t = 0 \tag{34}$$

Campi conservativi: caso generale 3-D: il lavoro non dipende dal percorso: → energia potenziale dipende solo dalla posizione e non dal percorso e dalla 'storia' precedente. Esempio: bilancio energetico di oggetto che scivola su guida di forma qualsiasi. Velocità finale e (qualitativamente) tempo di arrivo: esercizio: piano inclinato di cateti h e l: $t = t_0\sqrt{1 + (l/h)^2}$, con $t_0 = \sqrt{2h/g}$.
Esercizio del piano inclinato con attrito. Nota: la formula della forza di attrito va definita un po' meglio di quanto fatto precedentemente: $\vec{F}_A = -\mu_D F_N \hat{v}$, ove F_N è la forza normale alla superficie di contatto.
Attrito di viscosità: $-f(v)\hat{v}$, al prim'ordine $-\beta\vec{v}$. Velocità limite: $\rightarrow \vec{F} - \beta\vec{v} = 0$; nel caso di caduta di gravi: $mg - \beta v = 0$. Grandine, paracadutisti, auto che avanza spinta dal motore.
Potenza: $P = L/\Delta t \rightarrow \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$: Watt(W): J/s. $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Esempio: se auto necessita di 5kW per avanzare a 40 km/h: $F = 450\,\mathrm{N}$. Calcolo di β: 40.5 N/(m/s) = 40.5 kg/s.
Moto del pendolo. Limite di piccole oscillazioni: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

16. **Giovedi 15/4, 18:00–19:00**

Da "$\vec{F} = m\vec{a}$": $\Delta\vec{v} = \vec{a} \cdot \Delta t = (\vec{F}/m)\Delta t$, ovvero $m\Delta\vec{v} = \vec{F}\Delta t$. Definiamo $\vec{=}m\vec{v}$ **quantità di moto**: $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ (m costante). Possiamo riscrivere $\vec{F} = m\vec{a}$ come $\vec{F} = \mathrm{d}\vec{p}/\mathrm{d}t$.
Nota: $\mathrm{d}\vec{p} = \vec{F}\mathrm{d}t$, confrontata con $\mathrm{d}E_c = \mathrm{d}L = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v}\mathrm{d}t = P\mathrm{d}t$.
Terzo pricipio della meccanica (terza legge di Newton): $\vec{F}_B = -\vec{F}_A$. Ne segue, se esse sono le sole forze a cui A e B sono soggetti, ed esse agiscono durante $\mathrm{d}t$: $\mathrm{d}\vec{p}_A = -\mathrm{d}\vec{p}_B$., ovvero $\mathrm{d}(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0$ (e quindi $\mathrm{d}(\vec{p}_A + \vec{p}_B)/\mathrm{d}t = 0$). Su un tempo finito ΔT si sommano le infinite variazioni di $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, ma sempre con il vincolo $\mathrm{d}(\vec{p}_A + \vec{p}_B) = 0$, ovvero $\Delta\vec{p}_A + \Delta\vec{p}_B = 0$: se l'interazione avviene solo fra A e B, durante le interazioni c'è un trasferimento di $\vec{p}$ da un corpo all'altro.
Sistema isolato. La quantità di moto totale di un sistema isolato si conserva: $\vec{p}_{tot}(t) = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i\vec{v}_i(t) = cost.$ (sono tre condizioni: $p_{x_{tot}}$, $p_{y_{tot}}$ e $p_{z_{tot}}$).
Centro di massa del sistema (media pesata delle posizioni):

$$x_{CM}(t) = \frac{\sum_i m_i x_i(t)}{\sum_i m_i} \tag{35}$$

$$v_{x_{CM}}(t) = \frac{\mathrm{d}x_{CM}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\sum_i m_i v_{x_i}(t)}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i v_{x_i}(t)}{\sum_i m_i} = \frac{p_{x_{tot}}(t)}{M_{tot}} \tag{36}$$

etc. per y e z

$$\vec{v}_{CM}(t) = \frac{\vec{p}_{tot}(t)}{M_{tot}}\,. \tag{37}$$

Sistema isolato: $\vec{p}_{tot}$ costante: $\rightarrow \vec{v}_{CM}$ costante. Esempi: urto auto ($m_1 = 1000\,\mathrm{kg}$) e camion ($m_1 = 10000\,\mathrm{kg}$), trascurando attriti ed assumendo rimangano attaccati: casi $v_1 = 50\,\mathrm{km/h}$ e $v_2 = 0$ e velocità scambiate: $\rightarrow \Delta v$ per i due mezzi nei de casi (ma nota: le forze che subiscono le persone dipendono da accelerazioni, $\Delta v/\Delta t$: importanza di 'attutire' l'urto, ovvero aumentare Δt.
Schemi di urto di due oggetti in approssimazione di sistema isolato:

Sempre Si conserva quantità di moto:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2 \tag{38}$$

Urti elastici Si conserva anche energia cinetica totale:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2 \tag{39}$$

Urti anelastici parte dell'energia 'meccanica' (cinetica) è persa: $\rightarrow$ calore, 'etc.'. Nota: gli urti in cui i corpi rimangono attaccati appartengono a questa classe (nel CM energia cinetica sparisce): particolarmente semplici da trattare. Esempio: pendolo balistico.

17. **Venerdi 16/4, 14:00–16:00**

Urto elastico fra punti materiali (o urto centrale fra sfere) aventi stessa massa e velocità opposta. Soluzione con argomenti di simmetria: $\rightarrow$ rimbalzo: le velocità si invertono. Caso di pari massa, ma velocità diverse: analisi nel cenro di massa: $\rightarrow$ trasformazioni di velocità. In genere, se un corpo si muove con $\vec{v}$ nel sistema di riferimento S, e il sistema di riferimento si muove rispetto a S' con velocità costante $\vec{v}(S)$:

$$\vec{v'} = \vec{v}(S) + \vec{v} \tag{40}$$

$$\vec{a'} = \vec{a}\,. \tag{41}$$

Trasformazione della velocità del punto materiale di massa m da $CM \to LAB$ e viceversa:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{LAB}(m) &= \vec{v}_{LAB}(CM) + \vec{v}_{CM}(m) & (42) \\ \vec{v} &= \vec{v}_{CM} + \hat{\vec{v}} & (43) \end{aligned}$$

con trasformazione inversa $\hat{\vec{v}} = \vec{v} - \vec{v}_{CM}$.
Urto elastico di oggetti di pari massa nel CM e quindi nel LAB (unidimensionale, lungo linea d'urto), di cui il primo con v_1 e il secondo fermo:

$$\begin{aligned} \hat{v}_1 &= v_1 - v_{CM} = v_1 - \frac{v_1}{2} = \frac{v_1}{2} & (44) \\ \hat{v}_2 &= 0 - v_{CM} = -\frac{v_1}{2} & (45) \\ \hat{v}_1' &= -\frac{v_1}{2} & (46) \\ \hat{v}_2' &= \frac{v_1}{2} & (47) \\ v_1 &= v_{CM} + \hat{v}_1' = \frac{v_1}{2} - \frac{v_1}{2} = 0 & (48) \\ v_2 &= v_{CM} + \hat{v}_2' = \frac{v_1}{2} + \frac{v_1}{2} = v_1 & (49) \end{aligned}$$

Altri esempi di trasformazione di veloctà:

- Pioggia, rispetto a suolo e rispetto ad un'auto: $\vec{v}_O(P) = (0, -v_{p_z})$; $\vec{v}_O(A) = (v_A, 0)$. Da $\vec{v}_O(P) = \vec{v}_O(A) + \vec{v}_A(P)$: $\vec{v}_A(P) = \vec{v}_O(P) - \vec{v}_O(A) = (0, -v_{p_z}) - (v_A, 0) = (-v_A, -v_{p_z})$.
- **Per casa**: notatore sul fiume con velocit'longitudinale e trasversale rispetto alla velocità dell'acqua (vista da riva).

Impulso della forza e variazione di quantità di moto:

$$\begin{aligned} \int_0^{\Delta T} \vec{F}\mathrm{d}t &= \int_0^{\Delta T} \mathrm{d}\vec{p} & (50) \\ \vec{J} &= \Delta\vec{p}\ [= \vec{p}(\Delta T) - \vec{p}(0)\,] & (51) \\ \text{impulso della forza} &= \text{variazione quantità di moto} & (52) \end{aligned}$$

Sistema di punti materiali interagenti e soggetti a forze **esterne esterne**:

$$\begin{aligned} \sum_i \vec{F}_i^{(ext)} &= \sum_i \frac{\mathrm{d}\vec{p}_i}{\mathrm{d}t} & (53) \\ \vec{F}^{(ext)} &= \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t} & (54) \\ &= M\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{CM}}{\mathrm{d}t} & (55) \\ &= M\vec{a}_{CM}\,, & (56) \end{aligned}$$

ove $\vec{F}^{(ext)}$ è la *risultante* delle forze esterne e M è la somma delle masse del sistema. È come se il CM si comportasse come un punto materiale di massa M (seconda legge della meccanica generalizzata ad un sistema di punti materiali). Segue:

$$L^{(ext)} = \int_A^B \vec{F}^{(ext)} \cdot \mathrm{d}s = \Delta\left(\frac{1}{2}Mv_{CM}^2\right)\Bigg|_A^B : \qquad (57)$$

il lavoro fatto dalla risutante delle forze esterne è pari alla variazione di *energia cinetica di traslazione* del CM (nota: il sistema possiede anche energia cinetica dovuta al movomento interno).
Teorema di Gauss.

– Flusso del campo su una sfera di raggio R centrata nella posizione centrata nella posizione della carica puntiforme Q:

$$\phi(\vec{E}) \quad = \quad S_{sfera} \cdot E(R) = 4\pi R^4 \, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{58}$$

indipendente dalla superficie della sfera.

– Il risultato non dipende dal fatto che la sfera sia centrata in Q o che la *superficie chiusa* entro cui si trova la carica sia una sfera: Ragionamento basato sui piccoli coni, o piramidine, con vertice in Q: quello che conta è l'ampiezza del cono e non la distanza alla quale incontra la superficie (né l'inclinazione della superficie): analogia con fascio luminoso (proiettore per lucidi). Fissato l'angolo di apertura del cono $\Delta S \propto r^2$ (con ΔS proiezione dell'elemento di superficie su un piano ortononale a $\vec{E}$), mentre $E \propto 1/r^2$: $\rightarrow \Delta\phi = \Delta S \cdot E$ esattamente uguale a quello che si avrebbe s una sfera centrata in Q e di raggio qualsiasi (ma di stesso angolo piccolo – la piccola semiapertura del cono garantisce che il campo è circa costante su ΔS).

$$\phi(\vec{E}) \quad = \quad \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{indipendente dalla forma della superficie.} \tag{59}$$

– Principio di sovrapposizione: i contributi delle cariche si sommano:

$$\phi(\vec{E}) \quad = \quad \frac{\sum_i Q_i}{\epsilon_0} \quad \text{(cariche interne).} \tag{60}$$

– Carica esterna alla superficie chiusa. I coni che intersecano la superficie chiusa la intersecano due volte: una volta vicino e una volta lontano. I flussi sui due elementi di superficie sono uguali in valore assoluto, ma opposti in segno, in quanto si usa la convenzione di glusso positivo se il campo esce, negativo se entra. Per ogni cono si avrà un ingresso e un'uscita di pari valore assoluto: $\rightarrow$ contributo netto nullo.

Il teorema di Gauss vale anche per campo gravitazionale e per tutti eventuali altri campi — non ne esistono altri…) che vanno come $1/r^2$.

	Gravità	Cariche
Campo	$\vec{g} = -\frac{G\,M\,\vec{r}}{r^3}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\frac{Q\,\vec{r}}{r^3}$
Flusso su sfera (singola massa/carica)	$g \cdot 4\pi r^2 = -4\pi G M$	$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$
Flusso (in generale)	$\phi(\vec{g}) = -4\pi G \sum_i M_i$	$\phi(\vec{E}) = \frac{\sum_i Q_i}{\epsilon_0}$

Applicazioni del teorema di Gauss in elettrostatica.

– All'esterno di un **guscio sferico** carico omogeneamente (carica totale Q): per simmetria $\rightarrow$ campo radiale: $\phi(\vec{E}) = 4\pi R^2 E(R) = Q/\epsilon_0$, da cui $E(R) = Q/(4\pi\epsilon_0 R^2$: come se carica Q al centro.

– Interno guscio sferico carico omogeneamente: $E(R) = 0$.

– **Sfera** piena o con buco sferico centrato, o altre configurazioni 'strane' simmetriche: si ragioni su tanti gusci concentrici!

– Campo dovuto a **filo 'infinito'** di densità di carica costante λ ($\lambda = \Delta Q/\Delta l \rightarrow \Delta Q = \lambda \cdot \Delta l$). Per simmetria, $\vec{E}$ ortogonale al filo (contributi paralleli al filo si annullano a coppie). Cilindro di raggio R e altezza L coassiale con il filo: flusso del campo solo sulla superficie laterale: $2\pi RL = Q/\epsilon_0 = \lambda L$, da cui $E(R) = \lambda/(2\pi\epsilon_0 R)$.

– Piano **carico 'infinito'**: densità superficiale σ ($\Delta Q = \sigma \cdot \Delta S$). Per simmetria, $\vec{E}$ ortogonale al piano. Cilindro con asse ortogonala al piano e aree di base A. Flusso solo su A: $\phi(E) = 2AE = \sigma \cdot A/\epsilon_0$, da cui $E = \sigma/(2\epsilon_0)$.

Nota:

$$\text{Punto} \longrightarrow E \propto r^{-2} \quad (61)$$
$$\text{Filo} \longrightarrow E \propto r^{-1} \quad (62)$$
$$\text{Piano} \longrightarrow E \propto r^{0} \quad (63)$$

Attenzione: nelle applicazioni del teorema di Gauss le simmetrie sono importantissime! Se si hanno disomegeneità, il flusso è quello dato dal teorema (è un teorema!) ma non è possibile risalire al campo sui vari punti dal solo flusso. Si pensi al caso di due cariche di carica Q situate internamente alla superficie di una sfera di raggio R ma *in prossimità* della superficie della sfera e diametralmente opposte. Il flusso vale $2Q/\epsilon_0$, ma il campo non può essere calcolato in modo semplice dal teorema di Gauss in quanto non si trova una superficie tale che si possa ritenere che, in base ad argomenti di simmetria, il campo sia uguale in modulo su tutti i suoi punti (a parte il limite di una sfera di raggio $R \to \infty$).

18. **Mercoledi 21/4, 14:00–16:00**

Campo elettrico sull'asse di un anello uniformemnte carico. Campo di piano infinito uniformemente carico. Campo di doppio strato, differenza di potenziale fra i due piani.
Moto di un elettrone all'interno di un doppio strato: moto uniformemente accelerato, variazione di energia cinetica e di energia potenziale.

19. **Giovedi 22/4, 18:00–19:00**

Conduttori e isolanti. Proprieta' dei conduttori (metalli): induzione; E(interno) $= 0$; carica in eccesso distribuita solo sulla superficie; campo elettrico sulla superficie perpendicolare alla superficie; modulo di E sulla superficie uguale a σ/ϵ_0, con verso fissato dal segno della carica (teorema di Coulomb).
Esempio ed esercizio: sfera metallica carica, campo e potenziale. Equilibrio fra peso e campo elettrico terrestre per una goccia d'acqua carica negativamente.

20. **Mercoledi 28/4, 14:00–16:00**

Descrizione del campo magnetico. Sorgente: cariche in moto (nella materia - asimmetria nelle rotazioni degli elettroni - calamita) Effetto: forza su cariche in movimento; **Forza di Lorentz**.
Prodotto vettoriale fra vettori.
Traiettoria circolare di una particella carica in campo magnetico uniforme; relazione fra raggio della traiettoria e velocita'. Campo generato da **correnti elettriche** - definizione di $I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ in un filo metallico. Campo di filo rettilineo infinito. **Legge di Biot-Savart**; **Formula di Laplace** per il calcolo del campo a partire dal contributo di elementi infinitesimi di circuito - Impostazione del calcolo per il caso del filo infinito.

21. **Giovedi 29/4, 18:00–19:00**

Corpi rigidi: traslazione e rotazione. Concetto di coppia delle forze. Accelerazione angolare: dipende da forze e braccio (ovvero coppia), dipende anche da massa e sua disposizione geometrica (!). Rotazione intorno ad asse (*apparentemente* si applica una sola forza: la reazione vincolare dà luogo alla seconda forza della coppia).
Momento della forza: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$,. Modulo: $M = r \cdot F \cdot \sin\theta$. Direzione ortogonale al piano

di $\vec{r}$ e $\vec{F}$. Verso: Considerata terna sinistorsa $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$: se $\vec{r}$ nel verso di $\hat{x}$ e $\vec{F}$ nel verso di $\hat{y}$ $\rightarrow \vec{M}$ nel verso di $\hat{z}$. Regola medio-indice-pollice della mano sinistra (stanno a $\hat{x}$-$\hat{y}\hat{z}$). Regola mano destra: dita tese, dita ad angolo retto e pollice (di nuovo (stanno a $\hat{x}$-$\hat{y}\hat{z}$). Momento sispetto ad un polo e rispetto ad un asse (utile quando asse di rotazione è fisso). Ristrittura modulo di $\vec{M}$ come $M = F \cdot r_\perp$, con $r_\perp = r \cdot \sin\theta$, ortogonale a $\vec{M}$ ($r_\perp$ sta a braccio).
$\vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i$ in quanto $F_{tot} = \sum_i \vec{F}_i$. Coppia rivista in termine di somma di momenti delle due forze: $M = F \cdot b$ indipendentemente asse che si considera per calcolare i momenti. Regola della mano destra con le dita curvate verso l'interno del palmo (e della vite 'destorsa' che si avvita): se il verso di 'avvitamente' è quello della rotazione causata dalla forza, il momento è diretto, rispettivamente, lungo il pollice (verso l'unghia) o lungo l'asse della vite (verso la punta).
Momento delle forza e **momento della quantità di moto**: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v}) \rightarrow \vec{M} = \mathrm{d}\vec{L}/\mathrm{d}t$ (caso di polo o asse fisso, il solo che ci interessa in questo corso). $\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i$.
Corpo che ruota: $\vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{r}_i \times (m\vec{v})$: lungo l'asse di rotazione tutti i punti ruolano con stassa velocità angolare ω: ci concentriamo sul modulo (omettiamo *tot*): $L = \sum_i r_i m_i v_i = \sum_i r_i m_i r_i \omega = (\sum_i m_i r_i^2)\omega$ (se tutta la massa è alla stessa distanza dall'asse, es. ruota bicicletta, $L = (mr^2)\omega$). In genere bisogna fare la sommatoria o l'integrale sugli elementi di massa.
Continuiamo considerando M e L lungo un asse prefissato. da $M = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$, $\rightarrow M = \mathrm{d}/\mathrm{d}t[(\sum_i m_i r_i^2)\omega] = \mathrm{d}/\mathrm{d}t[I\omega] = I\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = I\dot{\omega}$ (se I fisso). Analogia con "$F = ma$": I acquista il ruola di 'coefficiente di inerzia': **Momento di Inerzia**.
Analogie fra moto traslazione (1-D per semplicità) e moto rotazionale intorno ad asse.

$$
\begin{array}{rcl}
x & \longleftrightarrow & \theta \\
v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} & \longleftrightarrow & \omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \\
a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}t^2} & \longleftrightarrow & \dot{\omega} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \\
m & \longleftrightarrow & I \\
p = mv & \longleftrightarrow & L = I\omega \\
F = ma & \longleftrightarrow & M = I\dot{\omega} \\
\mathrm{d}W = F\mathrm{d}x & \longleftrightarrow & \mathrm{d}W = M\mathrm{d}\theta \\
\text{(lavoro)} & & \\
E_c^{(trasl)} = \frac{1}{2}mv^2 & \longleftrightarrow & E_c^{(rot)} = \frac{1}{2}I\omega^2 \\
F^{(ext)} = 0 \rightarrow p_{tot} = cost & \longleftrightarrow & M^{(ext)} = 0 \rightarrow L_{tot} = cost
\end{array}
$$

Energia cinetica totale: $E_c^{tot} = E_c^{trasl} + E_c^{rot} = \frac{1}{2}m_{tot}v_{CM}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$.

Condizioni di equilibrio di un corpo rigido (da una condizione $\vec{v}_{CM} = 0$ e $\omega = 0$): devono essere nulla sia la risultante delle forze esterne che la risutlante dei momenti delle forze.
Caso speciale in cui ω può cambiare anche in assenza di momenti di forze esterne: $L = I\omega = k$, ma se I cambia, cambia anche ω per conservare L. **Esperimento sedia girevole**.
Altri **esperimenti in aula**. Giroscopio: modulo, direzione e verso di L; momento della forza gravitazionale sul giroscopio; moto 'antiintuitivo' del giroscopio dovuto al fatto che, istante per istante, vale $\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M} \cdot \mathrm{d}t$, ovvero $\vec{L}(t + \mathrm{d}t) = \vec{L}(t) + \mathrm{d}\vec{L} = \vec{L}(t) + \vec{M} \cdot \mathrm{d}t$. Uova sode e uova fresche.

22. **Venerdi 30/4, 14:00–16:00**

Esonero.

23. **Mercoledi 5/5, 14:00–16:00**

Soluzioni compiti di esonero.
Esercizio di urto anelastico fra proiettile e barretta rigida con due masse alle estremità e

libera di muoversi intorno ad un asse passante per il centro: conservazione momento quantità di moto, calcolo momenti di inerzia, calcolo ω e v finale; confronto con v calcolabile dalla conservazione del quantità di moto (un'istante dopo l'urto); variazione di energia meccanica. Segue variazione con accorciamento della barra: $I\omega = I'\omega' \to \omega'/\omega = (r/r')^2$. **Per casa**: variazione di energia cinetica.
Calcolo del momento di inerzia di un disco rigido 'sommando' i contributi degli infiniti anelli concentrici di spessore infinitesimo $\mathrm{d}r$ posti a distanza r. Siccome ogni anello 'rettificato' è visto come un parallelepipedo di lati $2\pi r$ ('circonferenza rettificata'), $\mathrm{d}r$ e h (lo spessore del disco): $\mathrm{d}m = \rho \cdot 2\pi r h \mathrm{d}r$, con ρ la densità, ovvero $\mathrm{d}m = 2\pi\rho h r \mathrm{d}r$.

- Massa del disco $\int_0^R \mathrm{d}m = \int_0^R 2\pi\rho h r \mathrm{d}r = \rho\,\pi R^2\,h$ (densità $\times$ superficie $\times$ spessore).
- Momento di inerzia dell'anello a distanza r: $\mathrm{d}I = r^2\mathrm{d}m = 2\pi\rho h r^3 \mathrm{d}r$. Momento di inerzia dell'intero disco $I = \int_0^R \mathrm{d}I = \int_0^R 2\pi\rho h r^3\mathrm{d}r = 1/2\,\pi\rho h R^4 = 1/2\,MR^2$.

Per casa: urto anelastico su bordo del disco a 'parametro di impatto' (ovvero braccio) b.

24. **Giovedi 6/5, 18:00–19:00**

Problemi: *a*) due dischi concentrici con un peso appeso ad una corda (inestensibile) al raggio interno; *b*) corpo soggetto a g e corpo che scivola su piano con attrito, collegati da filo inestensibile. Ovvero: riepilogo su forze, momenti delle forze, momento della quantità di moto, inerzia, momento di inerzia, tensione del filo e suo momento, moto uniformemente accelerato, energia cinetica di traslazione e di rotazione, energia potenziale, ruolo delle carrucole, loro effetto sull'inerzia totale del sistema, etc.: i conti relativi al problema *a* sono disponibili sul sito del corso sotto forma di script gnuplot.
Forza centrale (es. forza di gravità) $\to$ momento della forza nullo $\to$ conservazione del momento della quantità di moto $\to$ velocità aereolare costante $\to$ seconda legge di Keplero:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}\times\vec{F} = 0 \tag{64}$$
$$\Rightarrow \quad \vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = cost \tag{65}$$
$$\Rightarrow \quad |\vec{r}\times m\vec{v}| = cost \tag{66}$$
$$\Rightarrow \quad m\left|\vec{r}\times\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t}\right| = cost \tag{67}$$
$$\Rightarrow \quad m\,2\,\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = cost\,, \tag{68}$$

con $\mathrm{d}A$ l'area infinitesima spazzata in $\mathrm{d}t$, da cui segue $\Delta A \propto \Delta t$: "i pianeti spazzano aree uguali in tempi uguali".
Leve (ri-)viste in termini di momenti delle forze: equilibrio $d_1F_1 - d_2F_2 = 0$: F_1 riesce ad equilibrare una F_2 maggiore se $d_1 = d_2\cdot(F_2/F_1)$.

25. **Venerdi 7/5, 14:00–16:00**

Riepilogo forze elettriche e magnetiche. Applicazioni forza di Lorentz:

- Ciclotrone: orbita circolare, velocità costante la forza di Lorentz non compie lavoro), $R = mv/qB$, $\nu = qB/2\pi m$ (frequenza di ciclotrone indipendente da v: applicazione all'omonimo acceleratore di particelle; massima energia raggiungibile (caso 'classico'), definizione dell'eV come unità di misura di energia (1 eV = 1 V $\times q_e$).
- Particella con velocità iniziale inclinata rispetto a $\vec{B}$: modo a elica.

Applicazioni della legge di Biot-Savart: campo al centro di una spira circolare percorsa da corrente; campo intorno a filo infinito (conto completato e analogie e differenze rispetto al campo elettrico).

Forza di attrazione/repulsione fra due fili paralleli percorsi da corrente: $B_b^{(a)} = \mu_0 i_a / 2\pi d$, $\mathrm{d}F_b^{(a)} = -(\mu_0 i_a i_b \mathrm{d}s_b)/(2\pi d)$: attrattiva se correnti nello stesso verso, repulsiva nel caso opposto (vedere dettagli con prodotti vettoriali su appunti di lezione). Ragionamento per simmetria su $\mathrm{d}F_a^{(b)}$. Nota: quello che conta è la forza per unità di lunghezza $\mathrm{d}F/\mathrm{d}s$, pari in modulo a $\mu_0 i_a i_b / 2\pi d$

26. **Mercoledi 12/5, 14:00–16:00**

Generatore ideale di tensione. Conduttori e isolanti. Resistenza elettrica e **legge di Ohm** ("$I = RV$"); resistività. Circuito elettrico, lavoro compiuto dalla forza elettromotrice ($f_{e.m.}$) ed analogia con "circuito" skilift-pista:

Circuito elettrico	skilift-pista
$\mathrm{d}L_{f_{e.m.}} = -\mathrm{d}L_E = \mathrm{d}q \cdot V$	$\mathrm{d}L_{skilift} = -\mathrm{d}L_G = \mathrm{d}mgh$
$P = \frac{\mathrm{d}_{f_{e.m.}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \cdot V = i \cdot V$	$P = \frac{\mathrm{d}_{skilift}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \cdot gh.$

$P = I \cdot V$ è valida ai capi di ogni elemento del circuito e nota come **effetto Joule**. Per resistenze diventa $P = I \cdot V = R \cdot I^2 = V^2/R$. Resistenze in serie e in parallelo. Esempio di risoluzione di semplice circuito. Nodi e maglie. Leggi di Kirchhoff. Concetto di partitore di tensione; applicazione ai cavi di alimentazione.
Scaldamento di corpi dovuto a trasferimento di energia: $\Delta T = E/C$. Capacità termica e **calore specifico**. Energia trasferica e quantità di calore scambiato. Esperienza del mulinello di Joule. Conversione Joule-caloria: 1 cal = 4.186 Joule. $E = Q = C\Delta T = cm\Delta T$.
Esempio (conti **per casa**): Scaldabagno da 80 litri, potenza di 1000 W, salto termico da 20 a 60 °C: quanto tempo impiega? (c_{H_2O} = 1 cal/(g·°C) = 1 kcal/(kg·°C).

27. **Giovedi 13/5, 18:00–19:00**

Alcune unità di misura di energia e di potenza.

Energia	
1 cal	4.184 Joule
(1 kcal	4184 Joule)
1 kwh = 1 kw × 1 h	$3.6\,10^6$ Joule
1 Btu	1055 Joule
1 eV = q_e × 1 V	$1.6\,10^{-19}$ Joule
Potenza	
1 HP (CV)	736 Watt
1 kcal/h	1.16 Watt
1 Btu/h	0.293 Watt

Principio zero della termodinamica e scambi di calore: $Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow$ temperatura di equilibrio (T_e):

$$C_1(T_e - T_1) + C_2(T_e - T_2) = 0 \tag{69}$$
$$T_e = \frac{C_1\,T_1 + C_2\,T_2}{C_1 + C_2} \;: \tag{70}$$

media pesata con le capacità termiche. Se si tratta di stessa sostenza (es. acqua con acqua): media pesata con le masse. Nel limite $C_1 \gg C_2 \Rightarrow T_e \rightarrow T_1$.
Termalizzazione verso una temperatura T_f di un corpo di capacità termica 'infinita' (es. T_f

ambiente costante). Dato il coefficiente di 'dispersione termica'[1] η e lo sbalzo termico $(T_f - T)$ istantaneo fra la temperatura asintotica e quella del corpo che si stà termalizzando, il calore trasferito in $\mathrm{d}t$ vale

$$\mathrm{d}Q = \eta\,(T_f - T)\,\mathrm{d}t, \tag{71}$$

ovvero

$$C\mathrm{d}T = \eta\,(T_f - T)\,\mathrm{d}t, \tag{72}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{\eta}{c\,M}\,(T_f - T)\,. \tag{73}$$

Si tratta di risolvere questa equazione differenziale per ricavarsi $T(t)$ [vedi Eq. (85)].
Caduta in campo gravitazionale con resistenza del mezzo tipo $-\beta\vec{v}$. Caso unidimensionale con verso positivo diretto verso il basso:

$$F = m\,g - \beta\,v \tag{74}$$

$$m\,a = m\,g - \beta\,v \tag{75}$$

$$m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\,g - \beta\,v \tag{76}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{\beta}{m}\,v \tag{77}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{m}{\beta}\left(\frac{m\,g}{\beta} - v\right) \tag{78}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{m}{\beta}\,(v_f - v) \tag{79}$$

ove v_f è la velocità limite ('finale'). Si tratta di risolvere questa equazione differenziale per ricavarsi $v(t)$ [vedi Eq. (85)].
Concetto generale di capacità. **Capacità elettrica** e condensatore: $C = Q/\Delta V$, ovvero $C = Q/V_c$, da cui

$$Q = C\,V_c\,. \tag{80}$$

Carica/scarica condensatore collegandolo ad un generatore di forza elettromotrice f attraverso una inevitabile resistenza R (il caso $f = 0$ corrisponde ad un corto circuito che determina la scarica):

$$f = R\,I + V_c \tag{81}$$

$$f = R\,\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{C} \tag{82}$$

$$f = R\,C\,\frac{\mathrm{d}V_c}{\mathrm{d}t} + V_c \tag{83}$$

$$\frac{\mathrm{d}V_c}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{R\,C}\,(f - V_c)\,, \tag{84}$$

ottenendo ancora una volta una equazione differenziale analoga alle precenenti.
Soluzione dell'equazione differenziale

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \alpha\,(x_f - x) \tag{85}$$

[1]Chiamiamo così la costante η che compare nella (71) e seguenti. Esso è dovuto a superficie di contatto A, spessore dello strato isolante Δx e *conducibilità termica* del materiale λ da

$$\eta = \lambda\frac{A}{\Delta x}\,.$$

Le dimensioni di η sono quindi cal/(grado · secondo), ovvero anche Watt/grado. Le dimensioni della conducibilità termica sono invece cal/(grado · metro · secondo) per ‘separazione di variabili’:

$$\frac{\mathrm{d}x}{x - x_f} = -\alpha\,\mathrm{d}t \tag{86}$$

$$\int_{x_0 = x(t=0)}^{x(t)} \frac{\mathrm{d}x}{x - x_f} = \int_{t=0}^{t} -\alpha\,\mathrm{d}t' \tag{87}$$

$$\log \frac{x(t) - x_f}{x_0 - x_f} = -\alpha\,t \tag{88}$$

$$x(t) - x_f = (x_0 - x_f)\,e^{-\alpha\,t} \tag{89}$$

$$x(t) = x_f + (x_0 - x_f)\,e^{-\alpha\,t} \tag{90}$$

$$x(t) = x_f + (x_0 - x_f)\,e^{-t/\tau}\,, \tag{91}$$

ove $\tau = 1/\alpha$, delle dimensioni di un tempo, è la *costante di tempo* del fenomeno. Quando $t = \tau$, $(x(\tau) - x_f) = (x_0 - x_f)/e \approx 0.37\,(x_0 - x_f)$.
Applicazione a carica e scarica del condensatore, con $\tau = RC$ e $x = V_c$:
Carica $x_0 = 0$, $x_f = f$:

$$V_c(t) = f + (0 - f)\,e^{-t/\tau} = f\,(1 - e^{-t/\tau})\,. \tag{92}$$

Scarica : $x_0 = V_{c_0}$, $x_f = 0$:

$$V_c(t) = 0 + (V_{c_0} - 0)\,e^{-t/\tau} = V_{c_0}\,e^{-t/\tau}\,. \tag{93}$$

28. **Venerdi 14/5, 14:00–16:00**

    Introduzione alla termodinamica. Differenza fra calore e temperatura. Cenno alla struttura microscopica di gas, liquidi e solidi e alla relazione fra temperatura ed energia a livello microscopico. Scale di temperatura Celsius e Kelvin , definizione di 0C e 100C nella scala Celsius, cenno alla relazione fra zero assoluto e minimo di energia .
    Bilancio termico di un sistema isolato (Q(totale) = 0). Scambi di calore: calore specifico, capacita’ termica. Definizione di caloria. Cambiamenti di stato: calori latenti di fusione e di evaporazione. Esercizi: determinazione della temperatura di equilibrio raggiunta da corpi (2 o 3) di temperature diverse messi a contatto, con esempi di variazione delle quantita’ di una sostanza in stato solido liquido o gassoso.

29. **Mercoledi 19/5, 14:00–16:00**

    I principio della termodinamica - conservazione dell’energia e definizione di energia interna – sistema isolato composto da piu’ parti: equilibrio termico raggiunto con scambio di calore fra le parti, con il vincolo di calore totale scambiato nullo - gas: definizione di pressione - gas perfetto: equazione di stato e discussione del comportamento del gas rispettivamente per P, V, e T costante - definizione di mole

30. **Giovedi 20/5, 18:00–19:00**

    Equazione di stato dei gas perfetti: unita’ di misura, valore di R. Teoria cinetica dei gas perfetti: gas perfetto monoatomico in scatola cubica; calcolo della pressione a partire dagli urti degli atomi con le pareti. Relazione fra energia cinetica media di un atomo, temperatura, e energia interna del gas.

31. **Venerdi 21/5, 14:00–16:00**

    Gas perfetto: definizioni di cp, cv, U = n cv T. Lavoro : dL = PdV. Esempi di trasformazioni reversibili di un gas perfetto: isobara, isocora , isoterma. Applicazione del I principio a queste trasformazioni.