Fisica 1 per Informatici - Scritto 7/2/06

Soluzioni

1. Da $s(t) = s_0\, e^{\alpha t}$ segue, derivando, $v(t) = s_0\, \alpha\, e^{\alpha t}$ e $a(t) = s_0\, \alpha^2\, e^{\alpha t}$. Per $t = 2\,\mathrm{s}$: $s(2\,\mathrm{s}) = 5.5\,\mathrm{cm}$, $v(2\,\mathrm{s}) = 10.9\,\mathrm{cm/s}$ e $a(2\,\mathrm{s}) = 218\,\mathrm{cm/s^2}$.

2. $P(t) = F(t) \times v(t) = m\, a(t) \times v(t) = m\, s_0^2\, \alpha^3 e^{2\,\alpha t}$, da cui si *potrebbe* (non richiesto) ottenere il lavoro come $\int_{t_1}^{t_2} P(t)\, \mathrm{d}t = m\, s_0^2\, \alpha^2/2\, (e^{2\alpha\, t_2} - e^{2\alpha\, t_1}) = 1.8 \times 10^{-11}$ J.
   Con le informazioni e le indicazioni date nel problema il modo più semplice per ricavare il lavoro è dalla variazione di energia cinetica, $L = \Delta E_c = 1/2\, m\, [v(t_2)^2 - v(t_1)^2]$, con velocità iniziale pari a $v(0) = s_0\, \alpha = 2\,\mathrm{mm/s} = 2^{-3}\,\mathrm{m/s}$, velocità finale pari a $v(2\,\mathrm{s}) = 0.109\,\mathrm{cm/s}$ e massa 3×10^{-9} kg: $L = 1.8 \times 10^{-11}$ J.

3. Essendo $F(x) = -\mathrm{d}E_p(x)/\mathrm{d}x = -(2\, a\, x + b)$, essa si annulla per $x = -b/2a = 1\,\mathrm{m}$.
   Dalla derivata seconda di $E_p(x)$, uguale a $2\, a = 2\,\mathrm{J/m^2} > 0$: energia potenziale ha un minimo nel punto di equilibrio: $\rightarrow$ equilibrio stabile.

4. Il corpo comincia a muoversi quando F_c ('c' sta per critica) è uguale a $\mu_s\, m\, g$, da cui $\mu_s = F_c/mg = 1.53$.
   Quando la tavoletta è inclinata, la forza tangenziale vale $m\, g\, \sin\theta$ e la forza normale $m\, g\, \cos\theta$. La condizione critica à data da $m\, g\, \sin\theta = \mu_s m\, g\, \cos\theta$, ovvero $\mu_s = \tan\theta$. Ne segue che $\theta = 0.99\,\mathrm{rad} = 56.8^o$.

5. Dalla conservazione della quantità di moto, si ricava $m_1\, v_1 + m_2\, v_2 = 0$, da cui $v_2 = m_1/m_2 \cdot v_1 = -1\,\mathrm{m/s}$.
   L'energia (meccanica) persa nell'urto è pari all'energia cinetica iniziale dei due carrelli, ovvero 3 Joule (2 il primo e 1 il secondo).

6. L'energia necessaria per riscaldare una quantità di acqua di ΔT vale, in Joule, $\alpha\, m\, c_a\, \Delta T$, con $\alpha = 4.184\,\mathrm{J/cal}$. L'energia fornita nell'unità di tempo vale quindi $\alpha\, (\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)\, c_a\, \Delta T = \alpha\, \phi\, c_a\, \Delta T =$, avendo indicato con ϕ il flusso di acqua (in kg/s nel S.I.). Si ottiene quindi $\phi = P/(\alpha\, c_a\, \Delta T) = 120\,\mathrm{g/s}$, ovvero 7.2 kg/min (o litri/min).

7. Baricentro (o centro di massa) lungo x: $x_G = \sum_i m_i\, x_i / \sum_i m_i = 1/2\,\mathrm{m}$ (ovvero a un quarto della lunghezza della barra, vicino alla massa maggiore).
   Essendo $I = \sum_i (x_i - x_0)^2\, m_i$, otteniamo nei tre casi: $I_G = 3\,\mathrm{kg\,m^2}$, $I_A = 4\,\mathrm{kg\,m^2}$ e $I_B = 12\mathrm{kg\,m^2}$.

8. La forza totale, diretta lungo l'asse z vale $q\, E_z + q\, v_x\, B_y$. Essendo la forza totale nulla, si ottiene $v_x = -E_z/B_y = -25\,\mathrm{m/s}$.

9. In condizioni di equilibrio la forza peso, pari $F_p = -m_p\, g = -\rho_p\, S\, h_p\, g$ (verso il basso), è bilanciata dalla spinta di Archimede, pari a $F_A = m_a\, g = \rho_a\, S\, h_a\, g$, ovvero $F_p + F_A = 0$, da cui $\rho_p = \rho_a\, h_a/h_p = \rho_a\, (h_p - h_e)/h_p = 0.0196\,\mathrm{g/cm^3}$, ovvero $19.6\,\mathrm{kg/m^3}$

10. Essendo la potenza dissipata $P = I^2\, R$, con $R = 6\,\Omega$, si ottiene $I = \sqrt{P/R} = 167\,\mathrm{mA}$.
    Applicando la legge di Ohm si trova la tensione del generatore e delle tre resistenze: 1.00, 0.17, 0.33 e 0.50 V. Le potenze dissipate dalle singole resistenza valgono 28, 56 e 84 mW.