Fisica 1 per Informatici - Scritto 12/7/05 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. Tempo di percorrenza: $t = (d/2)/v_1 + (d/2)/v_2$. Velocità media $v_m = d/t = 2/(1/v_1 + v_2)$, ovvero $1/v_m = (1/v_1 + v_2)/2$ (media armonica), da cui $v_2 = 1/(2/v_m - 1/v_1) = 120\,\mathrm{km/h}$.

2. $\Delta E_p = -L$, ove $L = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx = \alpha\,(x_2 - x_1) + (\beta/2)\,(x_2^2 - x_1^2) = -100\,\mathrm{J}$. Quindi $\Delta E_p = 100\,\mathrm{J}$, ovvero $E_p(x_2) = E_p(x_1) + 100\,\mathrm{J} = 50\,\mathrm{J}$.

3. Essendo $\Delta E_c = L$ e $E_c(x_2) = 0$, ne segue $E_c(x_1) = 100\,\mathrm{J}$, da cui $m = 2\,E_c(x_1)/v_1^2 = 2\,\mathrm{kg}$.

4. $x_G = (x_A\,m_A + x_B\,m_B)/(m_A + m_B) = 2/3\,\mathrm{m} = 0.667\,\mathrm{m}$.
   $I = (x_A - x_G)^2 m_A + (x_B - x_G)^2 m_B = 2/3\,\mathrm{kg\,m^2} = 0.667\,\mathrm{kg\,m^2}$.

5. I momenti delle due forze sono diretti lungo l'asse z e valgono entrambi $-2/3\,\mathrm{N\,m}$. Il momento totale vale quindi $M = -4/3\,\mathrm{N\,m} = -1.331\,\mathrm{N\,m}$ [ovvero $\vec{M} = (0,\,0,\,-1.33)\,\mathrm{N\,m}$].
   $\dot{\omega} = M/I = -2\,\mathrm{rad/s^2}$ (la barra inizialmente ferma comincia a ruotare in senso orario).

6. Dalla conservazione della quantità di moto e dalla condizione di completa anelasticità segue $v_f = m_1 v_1/(m_1 + m_2) = 15.7\,\mathrm{km/h} = 4.36\,\mathrm{m/s}$.
   Essendo il lavoro compiuto dalla forza di attrito $-\mu_D\,g\,(m_1 + m_2)\,\Delta x$ pari alla variazione di energia cinetica $-1/2\,(m_1 + m_2)\,v_f^2$, si ottiene $\Delta x = 1/2\,v_f^2/(\mu_D\,g) = 9.7\,\mathrm{m}$.

7. Asintoticamente, la forza di resistenza dell'aria $-\beta\,v_f$ bilancia la forza di gravità $m\,g$ (asse orientato verso il basso), da cui $\beta = m\,g/v_f = 9.8 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg/s}$.
   Da "$f = m\,a$" si ricava l'accelerazione dipendente dalla velocità: $a(v) = (m\,g - \beta\,v)/m = g - \beta\,v/m$, la quale vale $8.82\,\mathrm{m/s^2}$ per $v = 1\,\mathrm{m/s}$.

8. Si riconosce nel parametro a l'ampiezza massima di oscillazione θ_M e nel parametro b la pulsazione ω, legata ai parametri del pendolo da $\omega^2 = g/l$. Ne segue $l = g/\omega^2 = g/b^2 = 24.5\,\mathrm{cm}$.
   L'energia meccanica del pendolo, somma di energia cinetica e potenziale e costante nel tempo, può essere calcolata in diversi modi, il più semplice dei quali consiste nel trovare l'energia potenziale nella posizione di massima oscillazione, ovvero $m\,g\,l\,(1 - \cos\theta_M) = 3.0\,\times 10^{-4}\,\mathrm{J}$.

9. Massa di acqua: $m = \rho\,\pi\,(d/2)^2\,h = 0.302\,\mathrm{kg}$. Quantità di calore per portarla a $100\,^o\mathrm{C}$: $Q = c\,m\,\Delta T = 24.2\,\mathrm{kcal}$, ovvero $101\,\mathrm{kJ}$. il tempo necessario per il riscaldamento è $\Delta T = L/P = 202\,\mathrm{s}$.

10. La forza totale, diretta lungo l'asse z vale $q\,E_z + q\,v_x\,B_y$. Essendo la forza totale nulla, si ottiene $v_x = -E_z/B_y = -100\,\mathrm{m/s}$.