Fisica 1 per Informatici - Scritto 21/9/05 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. Moto di rotazione uniformemente accelerato (momento della forza costante): $\omega = \dot{\omega} t$. Dopo 10 secondi ω vale 440 rad/s, da cui $\dot{\omega} = 44\,\mathrm{rad/s^2}$ e $M = I\,\dot{\omega} = 44\,\mathrm{N\,m}$. Il lavoro effettuato dalla coppia è pari alla variazione di energia cinetica, $1/2\,I\,\omega^2 = 96.7\,\mathrm{kJ}$.

2. Tempo di caduta: $\sqrt{2h/g} = 3.0\,\mathrm{s}$, da cui velocità orizzontale di 20 m/s.

3. Composizione delle velocità: $v_a^{(t)}/v_p^{(t)} = \tan\theta$, da cui $v_p^{(t)} = v_a^{(t)}/\tan\theta = 28.9\,\mathrm{km/h}$ (a, p e t stanno rispettivamente per *auto*, *pioggia* e *terreno*). La velocità della pioggia rispetto all'auto ha componenti $\{-50, -28.9\}$ km/h, ovvero un modulo di 57.7 km/h.

4. Da $v(t)$, ci ricaviamo, rispettivamente mediante integrazione e derivazione, $x(t)$ e $a(t)$, ottenendo $x(t) = \alpha \log[(\beta + t)/\beta]$ e $a(t) = -\alpha/(\beta + t)^2$. Per $t = 3\,\mathrm{s}$ otteniamo $x(3\,\mathrm{s}) = 2.77\,\mathrm{m}$, $v(3\,\mathrm{s}) = 0.5\,\mathrm{m/s}$ e $a(3\,\mathrm{s}) = -0.125\,\mathrm{m/s^2}$.

5. $L = \Delta E_c = m/2\,(v_f^2 - v_i^2) = -0.19\,\mathrm{J}$.
[Alternativamente, più complicato, $L = \int_0^3 P(t)\,dt = \int_0^3 F(t)\cdot v(t)\,dt = \int_0^3 m\,a(t)\cdot v(t)\,dt = -m\,\alpha^2 \int_0^3 1/(\beta+t)^2\,dt = m\alpha/2\,(1/(\beta+3)^2 - 1/\beta^2)$, ovviamente con identico risultato numerico.]

6. Dall'esponenziale $v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}$ si ricava il tempo di dimezzamento della velocità: $t_{1/2} = \tau \ln 2$, da cui, essendo $t_{1/2} = 3.46\,\mathrm{s}$ un dato del problema, otteniamo $\tau = 5\,s$. Avendo β le dimensioni di massa fratto tempo, essa è data m/τ, ovvero $\beta = 0.4\,\mathrm{kg/s}$ (per la dimostrazione rigorosa occorre partire dall'equazione differenziale del moto).

7. Date le condizioni del problema, la racchetta prosegue con la stessa velocità, mentre la differenza di velocità fra palla e racchetta cambia segno. La seconda condizione si exprime in $v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)} = -[v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)}]$, ove $v_R^{(in)} - v_P^{(in)} = 80\,\mathrm{km/h}$ (assumendo che la racchetta abbia velocità positiva e palla negativa). Si ha quindi $v_R^{(fin)} - v_P^{(fin)} = -80\,\mathrm{km/h}$, ovvero $v_P^{(fin)} = 110\,\mathrm{km/h}$ (ovvero $2 \times 30 + 50$: alla velocità che avrebbe rimbalzando su una parete si aggiunge il doppio della velocità della racchetta).

8. La tazza contiene 352 g di acqua. Quindi la capacità termica totale è di 452 cal/^{o}C. Nel riscaldamento il forno ha fornito $C\,\Delta T = 33900\,\mathrm{cal}$, ovvero 142000 J. La potenza è quindi (142000 J)/(180 s) = 789 W.

9. Ricordandosi che fra campo elettrico e potenziale c'è la stessa relazione che intercorre fra forza ed energia potenziale, troviamo $E = -dV(r)/dr = -V_0/r$, che per $r = 2\,\mathrm{cm}$ vale -5000 V/m (diretto verso il filo).
La forza sulla particella carica vale $Q \cdot E = +5 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$ (tende ad allontanare la carica negativa dal filo).

10. Se il pallone viene immerso completamente in acqua, esso riceve una spinta (legge di Archimede) pari al peso dell'acqua spostata. Massa acqua spostata: $\rho_A\,4/3\,\pi\,R^3 = 5.5\,\mathrm{kg}$. Il pallone galleggia. [Altro modo: calcolare la densità del pallone ripieno, pari a $m/V = m/(4/3\,\pi\,R^3) = 901\,\mathrm{kg/m^3} = 0.901\,\mathrm{g/cm^3}$, inferiore a quella dell'acqua.]