## Soluzioni del test di autovalutazione

1. (a) $\pi \approx 3.14$ (o $3.1416$)
   (b) $e \approx 2.72$
2. $a = 0.0016$ $[= (2 \times 10^{-1})^4]$
3. $-0.33$; $e^{-34}$; $2^{-4} = 1/8\,(= 0.125)$; $2^{-2} = 1/4\,(= 0.25)$; $0.41$; $\pi/2 \approx 1.57$; $2^2 = 4$.
4. 5 (in quanto $2^5 = 32$) e 10 (in quanto $2^{10} = 1024$).
5. 1 (in quanto $23^1 = 23$) e 0 (in quanto $23^0 = 1$)
6. $-5$.
7. $\log a - \log b + \log b = \log a$.
8. $b$) e $c$).
9. $c = \frac{2}{5}\, e^{2\,x}$.
10. $d = \frac{1}{2} e^{x^2-6x+9} = \frac{1}{2} e^{(x-3)^2}$.
11. $10^{-5}$.
12. $\approx 10^4$ (esattamente $0.9950 \cdot 10^4$)
13. Le due condizioni sono equivalenti a $x < 1/2$ e $1/2 < y < 2$, ovvero $y > x$.
14. $\frac{1}{b\,\sqrt[3]{a}}$.
15. Resta $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
16. $1/c$.
17. $x^2 - 6\,x\,y + 9\,y^2$.
18. Pesa 1.5 chili (soluzione di $x = 1 + x/3$, la cui soluzione è $x = 3/2$).
19. $x = 3/2$.
20. $y$ si dimezza.
21. c.a $0.50\,\mathrm{g}$ (superficie e peso raddoppiano circa, in quanto $1.41^2 \approx 2$)
22. $V(B) = 4\,V(A) = 80\,\mathrm{L}$; $V(C) = 1/2\,V(A) = 10\,\mathrm{L}$; $V(D) = 2\,V(A) = 40\,\mathrm{L}$; $V(D) = 8\,V(A) = 160\,\mathrm{L}$.
23. $60\,\mathrm{cm}$, in quanto il volume va come la terza potenza delle dimensioni lineari.
24. $8\,\mathrm{m}^3$ (essendo $S \propto R^2$ e $V \propto R^3$, ove $R$, $S$ e $V$ stanno per raggio, superficie e volume, se la superficie si è quadruplicata, vuol dire che il raggio si è duplicato e quindi il volume è aumentato di un fattore $2^3$).
25. (a) $G = \frac{F\,R^2}{m_1\,m_2}$;
    (b) $R = \sqrt{\frac{G\,m_1\,m_2}{F}}$.
26. $a_c = 4\,\pi^2\,f^2\,R$.
27. $C = \frac{-t}{R \ln V/V_0}$.
28. $x_s = 1/5$ e $y_s = 7/5$. Le equazioni rappresentano delle rette nel piano $\{x, y\}$ che si incontrano nel punto $\{x_s, y_s\}$
29. $y = x + 1$.
30. $y = \frac{x}{2} - 5$.

31. $|b| \geq 12$, ovvero $b \leq -12$ o $b \geq 12$.

32. $\cos\theta \approx 0.9$ ($\sqrt{1-0.4^2} = 0.917$).

33. La funzione coseno è maggiore, uguale e minore della funzione seno rispettivamente per gli angoli $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 45°$, $\theta_3 = 60°$.

34. $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$, $\pi$, $2\,\pi$.

35. $\cos^2\theta$.

36. 4 $(=|\vec{b}|\cos\theta = 8\,\frac{1}{2})$.

37. 40 $(=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\theta)$.

38. $v_1 = \{2, 7, 2\}$, $v_2 = \{2, -1, -4\}$, $v_3 = \{4, 18, 7\}$.

39. $|\vec{a}| = \sqrt{14} \approx 3.74$, $|\vec{b}| = 5$, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 9$, $\cos\theta = 0.48$ $(\theta = 61,2°)$.

40. $\vec{a}\times\vec{b} = \{-3, -3, -2\}$.

41. (a) 0, in quanto $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$;
(b) $2\sqrt{20}$, in quanto $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$;
(c) non ha senso in quanto $\vec{a}\cdot\vec{b}$ è uno scalare e $\vec{b}\times\vec{a}$ un vettore;
(d) in principio ha senso, ma nel quesito non sono date informazioni sufficienti per risolvere il problema. (In realtà i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ di questo quesito sono quelli del quesito precedente. Si ottiene quindi il vettore $\{-2, -2, -5\}$, di modulo $\sqrt{34}$.)

42. $v(t) = g\,t + v_0$; $a(t) = g$ (indipendente da $t$).

43. $g(t) = -\omega\,A\,\sin(\omega\,t + \phi) + 2\,\omega\,B\,\cos(2\,\omega\,t + \psi)$.

44. $-\alpha\,x^2\,e^{-\alpha^2\,x^2}$.

45. *a*) 13/3; *b*) $\ln\frac{b}{a}$.