Fisica 1 per Informatici - Scritto 13/6/05 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. $x(t) = \int_0^t v(t')\mathrm{d}t' = v^* t + (v^*/\alpha)e^{-\alpha t} - v^*/\alpha$. $a(t) = \mathrm{d}v(t)/\mathrm{d}t = \alpha v^* e^{-\alpha t}$.
   Per $t \to \infty$, $v \to v^*$ ($= 10\,\mathrm{m/s}$) e $a \to 0$.

2. Il corpo impiega un tempo $t = \sqrt{2\,h/g}$ a toccare il suolo e nel frattempo avanza orizzontalmente di $v\,t$. Otteniamo quindi $d = v\sqrt{2\,h/g}$, pari a $124\,\mathrm{m}$ per i dati del problema. Per quanto riguarda la velocità all'impatto, essa vale, in modulo, $\sqrt{v^2 + (g\,t)^2} = \sqrt{v^2 + 2\,g\,h}$, ovvero $55.6\,\mathrm{m/s}$ per i dati del problema.

3. Dato il caso fisico e l'equazione oraria, si riconoscono facilmente l'ampiezza massima di oscillazione e pulsazione del moto periodico: $x_0 = 10\,\mathrm{cm}$ e $\omega = 6.28\,\mathrm{s}^{-1}$. Il periodo di oscillazione vale quindi $T = 2\pi/\omega$, la costante della molla $k = m\,\omega^2$ e la velocità massima ωx_0. [Riguardo quest'ultima, si ricorda che essa è pari all'ampiezza di oscillazione della velocità, $v(t)$, l'espressione della quale si ricava facilmente derivando $x(t)$.] Otteniamo quindi $T = 1\,\mathrm{s}$, $k = 3.94\,\mathrm{N/m}$ e $v_{max} = 0.628\,\mathrm{m/s}$.

4. Il lavoro totale effettuato sull'oggetto è pari al lavoro compiuto dalla forza di gravità ($mgd_1 \sin\alpha$) più quello della forza di attrito ($-\mu_D mgd_2$). Essendo la variazione totale di energia cinetica nulla, anche la somma dei lavori è nulla: $mgd_1 \sin\alpha - \mu_D mgd_2 = 0$, da cui $\mu_D = (d_1/d_2)\sin\alpha$, il cui valore numerico per i dati del problema vale $\mu_D = 1/8 = 0.125$.
   (Ovviamente si poteva ragionare usando, come quantità intermedia, l'energia cinetica posseduta dal corpo alla fine del piano inclinato, ma il procedimento sarebbe stato leggermente più complicato.)

5. $F(z) = -\mathrm{d}E_p/\mathrm{d}z = -2\,A\,z$, che per $z = 5\,\mathrm{m}$ vale $-30\,\mathrm{N}$.

6. Dalla conservazione della quantità di moto, $V = -(m/M)\,v$, ove $v = \sqrt{2\,E_c/m}$. Ne segue $V = -(m/M)\sqrt{2\,E_c/m} = -\sqrt{2mE_c}/M$. Per i dati del problema otteniamo $V = -0.5\,\mathrm{m/s}$ (il segno meno indica verso opposto a quello del proiettile).

7. Ogni minuto la caldaia fornisce 333 kcal. Ricordandosi che $Q = m\,c\,\Delta T$, otteniamo $m = Q/(c\,\Delta T)$, con $\Delta T = 35\,^o\mathrm{C}$ e $c = 1\,\mathrm{cal/(g\,^oC)}$. Quindi, ogni minuto si possono scaldare $9.5\,\mathrm{kg}$ di acqua, ovvero 9.5 litri.

8. La resistenza 'vista' fra A e B è pari al parallelo fra R e $3R$, mentre quella fra A e C è pari al parallelo fra $2R$ e $2R$. Il terzo caso è uguale al primo.
   Otteniamo quindi $R_{AB} = R_{AD} = 3/4\,R = 6\,\Omega$ e $R_{AC} = R = 8\,\Omega$.
   La potenza dissipata (V^2/R) vale quindi $P_{AB} = P_{AD} = 24\,\mathrm{W}$ e $P_{AC} = 18\,\mathrm{W}$

9. Valendo $V(t) = V_0\,e^{-t/\tau}$, otteniamo $\tau = -t^*/\ln[V(t^*)/V_0]$, ovvero $22\,\mathrm{ms}$ per $t^* = 15.3\,\mathrm{ms}$. Dalla $\tau = RC$ ne segue $C = \tau/R = 2.2\,\mu\mathrm{F}$.

10. Momento di inerzia iniziale e finale:
    $I_0 = 2m(l/2)^2 = m\,l^2/2$; $I_1 = 2m(l/4)^2 = m\,l^2/8 = I_0/4$.
    Dalla conservazione del momento della quantità di moto: $I_0\omega_0 = I_1\omega_1$ segue $\omega_1 = \omega_0\,(I_0/I_1) = 4\,\omega_0$: la velocità angolare quadruplica.
    Essendo $E_c = 1/2\,I\,\omega^2$ otteniamo
    $$E_c^{(1)} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}\frac{I_0}{4}(4\omega_0)^2 = 4\frac{1}{2}I_0\omega_0^2 = 4\,E_c^{(0)}\ :$$
    anche l'energia cinetica è quadruplicata (qualche meccanismo interno alle barre deve aver compiuto il lavoro necessario).