Fisica 1 per Informatici - Scritto 11/7/06 - Compito nr. 1

Soluzioni

1. (Forza e massa) → accelerazione → velocità → posizione:
   $a(t) = \frac{F(t)}{m} = \frac{1}{m}(\alpha + \beta t)$
   $v(t) = \int_0^t a(t')\mathrm{d}t' + v(t=0) = \frac{1}{m}(\alpha t + \frac{1}{2}\beta t^2)$.
   $x(t) = \int_0^t v(t')\mathrm{d}t' + x(t=0) = \frac{1}{m}(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \frac{1}{6}\beta t^3)$.
   Da cui, $v(t = 3\,\mathrm{s}) = 14.25\,\mathrm{m/s}$ e $x(t = 3\,\mathrm{s}) = 18\,\mathrm{m}$.

2. Nel punto più alto solo la componente orizzontale della velocità è diversa da zero, ovvero $v_m = v_x = v_0 \cos\theta$. Ne segue $v_y = v_0 \sin\theta = v_x \tan\theta = v_m \tan\theta$.
   Tempo per raggiungere il punto più alto e poi riscendere: $t = 2\,v_y/g$. Nel frattempo, il corpo avanza lungo l'orizzontale di $d = v_x\,t$. Ne segue quindi $d = (2\,v_m^2 \tan\theta)/g$.

3. Si tratta di moto oscillatorio, ovvero $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$, con $x_0 = \Delta x$. La velocità vale quindi $v(t) = -\omega x_0 \sin(\omega\,t)$, il cui massimo (in modulo), che si ottiene quando il corpo passa per il punto di equilibrio (per $t = T/4$ e $3/4\,T$), vale $\omega\,x_0$. Si ottiene quindi $\omega = v/x_0$, da cui $\nu = \omega/2\pi = v/(2\pi\,x_0)$. Con i dati del problema otteniamo $\nu = 1.6\,\mathrm{Hz}$.
   [Si poteva anche risolvere considerando il bilancio dell'energia meccanica, $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}mv^2$, da cui si ricava il rapporto k/m, 'notoriamente' pari a ω^2, ovvero $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{v}{\Delta\,x}$, etc.]

4. La variazione di energia cinetica è pari al lavoro totale svolto sul corpo: $L_{tot} = \Delta E_c$. essendo $L_{tot} = L_g + L_{attr} = mgh - (\mu_D mg\cos\theta)\,(h/\sin\theta) = mgh\,(1 - \mu_D/\tan\theta)$ e $\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2$, si ottiene
   $$h = \frac{v^2/2g}{(1 - \mu_D \cot\theta)}$$
   che, con i dati del problema, vale 1.8 m.

5. Dalla conservazione della quantità di moto, $p_c = -p_p$, da cui $v_c = -p_p/m_c = 0.165\,\mathrm{m/s}$ (mentre la velocità del proiettile vale $v_p = p_p/m_p = 100\,v_c = 16.5\,\mathrm{m/s}$. L'energia totale del sistema, somma dell'energia cinetica di cannoncino e proiettile vale $E_{tot} = \frac{1}{2}m_c v_c^2 + \frac{1}{2}m_p v_p^2 = \frac{p_c^2}{2m_c} + \frac{p^2}{2m_p} = \frac{p^2}{2m_c} + 100\,\frac{p^2}{2m_c}$, avendo indicato con p il modulo delle due quantità di moto (il rapporto delle energie cinetiche è inverso dei quello della masse!). Con i dati del problema abbiamo $E_{tot} = 2.74\,\mathrm{J}$.

6. La quantià di calore necessaria per fondere il ghiaccio e scaldare l'acqua (inclusa quella di fusione del ghiaccio) a $20\,^o\mathrm{C}$ vale $\Delta Q = m_{ghiaccio}\lambda_{H_2O} + (m_{ghiaccio} + m_{acqua})c\Delta T = 400\,\mathrm{kcal}$, ovvero il sistema assorbe un'energia E pari a $1.7\ 10^6 J$. Essendo la potenza fornita dalla resistenza $P = VI = 1012$ W, otteniamo $\Delta t = \frac{E}{P} = 1653\,\mathrm{s} = 27'\,33''$.

7. Dalla potenza dissipata dalle due resistenze in serie e da quella dissipata da R_1, otteniamo $P_{tot} = fI = f^2/(R_1 + R_2) = 2.45\,\mathrm{W}$ e $P_2 = P_{tot} - P_1 = 2.10\,\mathrm{W}$.

8. Si tratta di trovare il valore di resistenza per il quale si ha la 'soluzione critica' dell'oscillatore smorzato (vedi formulario). Per valori di resistenze inferiori si ha infatti la soluzione 'sottormorzata': $(\frac{R}{2L})^2 - (\frac{1}{LC}) < 0$, ovvero $R < 2\sqrt{L/C} = 0.9k\Omega$. Ne segue: $Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = 50$ e $\tau = 2/\gamma = 2\,L/R = 2.2\,\mathrm{ms}$

9. Essendo $E_c = \frac{1}{2} I\omega^2$, otteniamo $I = 0.081 \ \ \mathrm{kg\,m^2}$. Inoltre, essendo $\Delta L = M\,\Delta t$, con $L = I\,\omega$, otteniamo $M = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = -1.27\,\mathrm{N\,m}$.

10. Dal volume del pallone (standard FIFA) otteniamo la spinta di Archimede e la confrontiamo con la forza peso (pallone più pesetto aggiuntivo, assunto di grande densità in modo tale che la spinta di Archimede dovuta ad esso sia trascurabile): $V_p = 4/3\,\pi r^3 = 5.547\,\mathrm{dm^3}$; spinta di Archimede per il volume del pallone, $\rho_{H_2O} V_p g = 54.4\,\mathrm{N}$; forza peso agente sul sistema peso piú pallone, $P = mg = 53.2\,\mathrm{N}$. La spinta di Archimede per il caso di pallone immerso risulta maggiore della forza peso agente sul sistema pallone più peso: il pallone non affonda.