

Scritto 16 Giugno 2003 — Soluzioni

1. Essendo $V_{R_3} = f/2$, $R_3 = R_1 || R_2 = 5 \Omega$. L'equivalente di Thévenin ha $V_{eq} = V_{R_3}$ e $R_{eq} = R_3 || (R_1 || R_2) = 2.5 \Omega$.
2. Essendo $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, si ottiene $\theta_2 = 1$ per $\sin \theta_{1_{rt}} = n_2/n_1 = 0.9858$, ovvero $\theta_{1_{rt}} = 1.40 \text{ rad} = 80.3^\circ$, che corrisponde a $\alpha = 9.66^\circ$ (0.1686 rad) rispetto all'asse della fibra. Chiamando l la lunghezza della fibra, il tempo di propagazione di un raggio parallelo all'asse vale $T_0 = l/v = l/(c/n_1)$, ove $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Per un raggio che viaggia con angolo α rispetto all'asse si ha invece $T_\alpha = (l/\cos \alpha)/(c/n_1)$, ovvero esso ha un ritardo di $\Delta T = T_\alpha - T_0 = l/(c/n_1) \times (1/\cos \alpha - 1)$. La condizione $\Delta T < \Delta T_{max} = 10^{-7} \text{ s}$ richiede $l < \Delta T_{max} \times (c/n_1)/(1/\cos \alpha - 1) = 1478 \text{ m}$.
3. Essendo $\phi_{tot} = \int I(\theta, \varphi) d\Omega = \int I(\theta, \varphi) d\varphi d\cos \theta = 2\pi k \int_0^1 \cos \theta d\cos \theta = \pi k$, si ottiene $k = \phi_{tot}/\pi = 1592 \text{ cd}$.
L'illuminamento prodotto a $r = 5 \text{ m}$ lungo $\theta = 0$ vale $E = I/r^2 = 64 \text{ lx}$ (essendo $d\phi = I d\Omega$ e $dA = r^2 d\Omega \rightarrow E = d\phi/dA = I/r^2$).
4. Quando l'ago assume una direzione ruotata di 45° rispetto alla direzione originaria, vuol dire che il modulo campo magnetico prodotto dalla spira è uguale a B_0 . Quindi $B_0 = \mu_0 i/(2R) = 5.0 \times 10^{-5} \text{ T} = 0.50 \text{ gauss}$.
5. Essendo la velocità parallela al campo prodotto dalla spira e ortogonale a $\vec{B}_0$, la forza di Lorentz in quel punto è dovuta soltanto a quest'ultima e vale in modulo $F = qvB_0 = 4.0 \times 10^{-16} \text{ N}$. La forza è diretta secondo la verticale.
6. $\phi_B(t) = nBA \cos \omega t$: valore efficace della forza elettromotrice indotta: $V_{eff} = \omega nBA/\sqrt{2} = 2\pi\nu nBA/\sqrt{2}$, da cui una potenza (media) $P = V_{eff}^2/R$. Segue $\nu = \sqrt{2PR/(2\pi nBA)} = 99.8 \text{ Hz}$.
7. a) Essendo la potenza media $P = V_{eff} I_{eff} \cos \phi = V_{eff} I_{eff} R/Z = V_{eff}^2 R/Z^2$, si ottiene $Z = \sqrt{V_{eff}^2 R/P} = 43.4 \Omega$, da cui $L = \sqrt{Z^2 - R^2}/\omega = 0.100 \text{ H}$.
b) $I_{eff} = V_{eff}/Z = 4.6 \text{ A}$;
c) $\phi = \arccos(R/Z) = 0.81 \text{ rad} = 46^\circ$.