Scritto 16 Giugno 2003 — Soluzioni

1. Essendo $V_{R_3} = f/2$, $R_3 = R_1||R_2 = 5\,\Omega$. L'equivalente di Thévenin ha $V_{eq} = V_{R_3}$ e $R_{eq} = R_3||(R_1||R_2) = 2.5\,\Omega$.
2. Essendo $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$, si ottiene $\theta_2 = 1$ per $\sin\theta_{1_{rt}} = n_2/n_1 = 0.9858$, ovvero $\theta_{1_{rt}} = 1.40\,\mathrm{rad} = 80.3°$, che corrisponde a $\alpha = 9.66°$ ($0.1686\,\mathrm{rad}$) rispetto all'asse della fibra. Chiamando l la lunghezza della fibra, il tempo di propagazione di un raggio parallelo all'asse vale $T_0 = l/v = l/(c/n_1)$, ove $c = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$. Per un raggio che viaggia con angolo α rispetto all'asse si ha invece $T_\alpha = (l/\cos\alpha)/(c/n_1)$, ovvero esso ha un ritardo di $\Delta T = T_\alpha - T_0 = l/(c/n_1) \times (1/\cos\alpha - 1)$. La condizione $\Delta T < \Delta T_{max} = 10^{-7}\,\mathrm{s}$ richiede $l < \Delta T_{max} \times (c/n_1)/(1/\cos\alpha - 1) = 1478\,\mathrm{m}$.
3. Essendo $\phi_{tot} = \int I(\theta,\varphi)\mathrm{d}\Omega = \int I(\theta,\varphi)\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\cos\theta = 2\,\pi\,k \int_0^1 \cos\theta \mathrm{d}\cos\theta = \pi\,k$,
   si ottiene $k = \phi_{tot}/\pi = 1592\,\mathrm{cd}$.
   L'illuminamento prodotto a $r = 5\,\mathrm{m}$ lungo $\theta = 0$ vale $E = I/r^2 = 64\,\mathrm{lx}$ (essendo $\mathrm{d}\phi = I\mathrm{d}\Omega$ e $\mathrm{d}A = r^2\mathrm{d}\Omega \to E = \mathrm{d}\phi/\mathrm{d}A = I/r^2$).
4. Quando l'ago assume una direzione ruotata di 45° rispetto alla direzione originaria, vuol dire che il modulo campo manetico prodotto dalla spira è uguale a B_0. Quindi $B_0 = \mu_0\, i/(2\,R) = 5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T} = 0.50\,\mathrm{gauss}$.
5. Essendo la velocità parallela al campo prodotto dalla spira e ortogonale a $\vec{B}_0$, la forza di Lorentz in quel punto è dovuta soltanto a quest'ultima e vale in modulo $F = q\,v\,B_0 = 4.0 \times 10^{-16}\,\mathrm{N}$. La forza è diretta secondo la verticale.
6. $\phi_B(t) = n\,B\,A\,\cos\omega\,t$: valore efficace della forza elettromotrice indotta: $V_{eff} = \omega\,n\,B\,A/\sqrt{2} = 2\,n\,\pi\,\nu\,B\,A/\sqrt{2}$, da cui una potenza (media) $P = V_{eff}^2/R$. Segue $\nu = \sqrt{2\,P\,R/(2\,\pi\,B\,A\,n} = 99.8\,\mathrm{Hz}$.
7. a) Essendo la potenza media $P = V_{eff}\,I_{eff}\,\cos\phi = V_{eff}\,I_{eff}\,R/Z = V_{eff}^2\,R/Z^2$,
   si ottiene $Z = \sqrt{V_{eff}^2\,R/P} = 43.4\,\Omega$, da cui $L = \sqrt{Z^2 - R^2}/\omega = 0.100\,\mathrm{H}$.
   b) $I_{eff} = V_{eff}/Z = 4.6\,\mathrm{A}$;
   c) $\phi = \arccos(R/Z) = 0.81\,\mathrm{rad} = 46°$.