Scritto 15 Settembre 2003

1. La tensione ai capi di $R3$ e $R4$ è data dalla partizione $f\,(R3||R4)\,/\,(\,(R1||R2)+(R3||R4)\,) = 1/3\,f = 3.33\,\mathrm{V}$ e quindi la corrente che scorre in $R4$ vale $67\,\mathrm{mA}$.

2. V_{eq} ai capi di $R3$ (in assenza di $R4$) è data dalla partizione $f\,R3\,/\,(\,(R1||R2)+R3\,) = 1/2\,f = 5\,\mathrm{V}$, mentre R_{eq} vista dai capi di $R3$ vale $R_{eq} = R3||(R1||R2) = 25\,\Omega$. Ne segue che, una volta connesso il carico $R4$ si ha $I_{R4} = V_{eq}\,/\,(R4+R_{eq}) = 67\,\mathrm{mA}$ e $V_{R4} = V_{eq}\,R4\,/\,(R4+R_{eq}) = 3.33\,\mathrm{V}$

3. Asintoticamente la corrente vale $I_{max} = f/R$, da cui $R = 100\,\Omega$. L'andamento della corrente in funzione del tempo è esponenziale con $\tau = L/R$. Essendo $I(t)/I_{max} = 1/2$ per $t_{1/2} = 693\,\mu\mathrm{s}$, si ottiene $\tau = t_{1/2}/\ln 2 = 1.0\,\mathrm{ms}$, da cui L=100 mH.

4. Essendo l'impedenza totale $\vec{Z} = R + j\,\omega\,L$, ovvero $Z = \sqrt{R^2+\omega^2\,L^2}$, abbiamo, rispettivamente per la corrente efficace e per la potenza media, $I = V/\sqrt{R^2+\omega^2\,L^2}$ e $P = V\,I\,\cos\Delta\phi = V\,I\,R/Z = V^2\,R/(R^2+\omega^2\,L^2)$, da cui, risolvendo per le incognite R e L: $R = P/I^2 = 10.2\,\Omega$ e $L = \sqrt{V^2/I^2 - R^2}/\omega = 41\,\mathrm{mH}$. (La relazione per R poteva essere ottenuta direttamente, ricordandosi che la dissipazione di potenza è dovuta esclusivamente ad R e vale $P = R\,I^2$).

5. Dalle informazioni su flusso luminoso e illuminamento si ricava la superficie di schermo illuminata, $A = \phi/I = 2.16\,\mathrm{m}^2$, che, confrontata con le dimensioni della diapositiva, dà il rapporto di ingrandimento (lineare) $|G| = 50$, ovvero $G = -50$ se si tiene conto del rovesciamento dell'immagine. Essendo $G = -q/p = -f/(p-f)$, si ottiene $p = 51\,\mathrm{mm}$, $q = 2.550\,\mathrm{m}$ e $p+q$ (distanza diapositiva-schermo) $= 2.601\,\mathrm{m}$.

6. La spira ha una carica $Q = 2\,\pi\,R\,\lambda$. La corrente associata alla rotazione della spira è pari a $i = Q/T = Q\,\nu = 2\,\pi\,R\,\lambda\,\nu$, ove T e ν sono, rispettivamente, periodo e frequenza di rotazione. Il campo magnetico prodotto da tale corrente lungo l'asse della spira vale $B = \mu_0\,i\,R^2\,/\,(\,2\,(R^2+z^2)^{3/2}\,)$, ove z è la quota (distanza dalla spira). Per $z = R$ e sostituendo l'espressione di i si ottiene $B = \mu_0\,i/(4\sqrt{2}\,R) = \pi\,\mu_0\,\lambda\,\nu\,/\,2\sqrt{2}$, ovvero $0.14\,\mathrm{mT}$, diretto lungo l'asse di rotazione. La forza sulla particella è parallela alla spira e vale in modulo $2.8\times10^{-4}\,\mathrm{N}$.

7. Essendo $B(t) = B_0\,\cos\omega\,t$, e quindi il flusso concatenato $\phi(t) = A\,B(t) = l^2\,B_0\,\cos\omega\,t$, la corrente indotta vale $i(t) = -(l^2\,B_0\,\omega\,/\,R)\sin\omega\,t$ e la potenza dissipata $P(t) = R\,i^2(t) = (l^4\,B_0^2\,\omega^2\,/\,R)\sin^2\omega\,t$. La potenza media vale $\overline{P} = 1/T\,\int_0^T P(t)\,\mathrm{d}t = l^4\,B_0^2\,\omega^2\,/\,(2\,R) = 79\,\mathrm{W}$. In un'ora il consumo sarà di $0.079\,\mathrm{kW{\cdot}h}$, ovvero 284000 J.