

## Fisica – Formulario

**-Derivate e integrali.** In genere, date le generiche  $y(t)$  e  $x(t)$ ,

$$y = \frac{dx}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad dx = y dt \rightarrow \Delta x|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} y(t) dt.$$

**- Basi di cinematica:**

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (\text{anche } \frac{d\vec{r}}{dt})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

$$\text{con } v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \text{ etc.}$$

$$\Delta \vec{s}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) dt$$

$$\Delta \vec{v}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) dt$$

Inoltre :

$$\Delta \left( \frac{1}{2} v_x^2 \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{a}_x(x) dx$$

etc.

**- Equazione parametrica cerchio; moto circolare:**  
velocità e accelerazione (anche delle componenti).

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) = R \cos[\theta(t)] \\ y(t) = R \sin[\theta(t)] \end{cases}$$

$$v(t) = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|; \quad a(t) = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right|$$

Moto circolare uniforme:  $\theta(t) = \omega t$

Periodo:  $t = T \implies \theta(t) = 2\pi$ .

Frequenza ( $\nu$ ): giri/s. Vel. ang ( $\omega$ ): rad/s.

$v(t)$  a  $a(t)$  costanti in moto circ. uniforme.

**- Leggi della meccanica**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad [\vec{p} = m\vec{v}]$$

$$\Delta \vec{p}|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt$$

$$\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}$$

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i.$$

Sistema isolato  $\rightarrow \sum_i \vec{p}_i = \text{costante}$ .

**- Forze (un inventario):**

$$F_G = -G \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \left[ G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \right]$$

$$= -m_2 g \quad [\text{se } m_1 = M_T \text{ e } d = R_T]$$

$$[\Rightarrow g \approx 9.8 \text{ N/kg}]$$

$$F_C = k_0 \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad [k_0 = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2]$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$F_{el} = -k x$$

$$\vec{F}_{Ad} = -\mu_d F_N \hat{v}$$

$$\vec{F}_{Av} = -\beta \vec{v}$$

$$F_{As} \leq \mu_s F_N$$

$$\vec{T}? \vec{F}_{As}? \Rightarrow \text{'vincoli'}.$$

**- Oscillatore armonico:**

$$\frac{d^2}{dt^2} z(t) = -\omega^2 z(t) \iff z(t) = A \cos(\omega t + \phi).$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x;$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx -\frac{g}{l} \theta.$$

**- Trasformazioni di velocità:**

$$\vec{r}_{O'}(P) = \vec{r}_{O'}(O) + \vec{r}_O(P).$$

**- Lavoro, energia cinetica e potenziale. Potenza.**

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$L|_A^B = \int_A^B dL = \Delta \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \Big|_A^B$$

$$[ = -\Delta E_p|_A^B \text{ solo } \vec{F} \text{ cons.}]$$

$$F_x = -\frac{dE_p(x)}{dx}, \text{ etc.}$$

$$P = \frac{dL}{dt}.$$

**- Centro di massa ('baricentro'):**

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

$$\vec{F}_{tot}^{ext} = \frac{dP_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i.$$

**- Urtili:**  $\rightarrow$  conservano quantità di moto.

a) elastici:  $\rightarrow$  conservano energia meccanica.

b) completamente anelastici:  $\rightarrow$  si annulla  $E_c$  nel C.M.

- **Termometria** (qui  $Q$  indica quantità di calore):

$$\begin{aligned} Q &= C \Delta T \\ \sum_i Q_i &= 0 \quad (\text{sistema isolato}) \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ Btu} &\approx 1055 \text{ J} \\ \lambda_{H_2O} &= 80 \text{ cal/g (fusione)} \\ &= 540 \text{ cal/g (ebollizione)} \end{aligned}$$

- **Andamenti esponenziali** (Nota:  $\alpha > 0$ )

con  $z$  generica variabile (temperatura, velocità, nr. di nuclei o di batteri, etc.)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{dz}{dt} &= \alpha z \\ \Rightarrow z(t) &= z_0 e^{t/\tau} \\ &[\tau = 1/\alpha]. \\ \text{b)} \quad \frac{dz}{dt} &= -\alpha(z - z_F) \\ \Rightarrow z(t) &= z_F + (z_0 - z_F) e^{-t/\tau} \\ &[\tau = 1/\alpha]. \end{aligned}$$

Termalizzazione:  $\alpha = \eta/(cM)$ .

Vel. limite (attrito tipo  $-\beta v$ ):  $\alpha = \beta/m$ .

- **Fluidi** (idrostatica):

$$\begin{aligned} \vec{F} &= (P \cdot A) \hat{n} \\ \frac{dP}{dz} &= \rho g \quad (z > 0 \text{ verso il basso}) \\ \Delta P &\rightarrow \text{si trasmette a tutto il fluido} \\ F_{Arch.}^\uparrow &= \rho_f V_{f.s.} g \quad . \end{aligned}$$

- **Gas perfetti:**

$$\begin{aligned} P V &= n R T \\ R &= 8.31 \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1} \\ &= 83.14 \text{ L mbar K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\ &= 8.314 \text{ m}^3 \text{ Pa K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\ N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ particelle/mole} \\ P V &= N k T \quad (k : \text{cost. Boltzman}) \\ &[k = R/N_A] \\ \overline{F_x} &= \frac{\mu}{l} N \overline{v_x^2} \\ P V &= \frac{1}{3} N \mu \overline{v^2} = \frac{2}{3} N \overline{E_c} \\ \frac{1}{2} \mu \overline{v^2} &= \frac{2}{3} k T \\ U &= N \frac{1}{2} \mu \overline{v^2} = \frac{3}{2} n R T. \end{aligned}$$

- **Corpo rigido:**

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r} \wedge \vec{F} \quad \left[ \vec{M}_{tot} = \sum_i \vec{M}_i \right] \\ \vec{L} &= \vec{r} \wedge \vec{p} \quad \left[ \vec{L}_{tot} = \sum_i \vec{L}_i \right] \\ I &= \sum_i m_i r_i^2 \quad [ = \sum_i I_i ] \rightarrow \text{“} \int dI \text{”} \\ \vec{M}^{(ext)} = 0 &\implies \vec{L} = \text{cost} \end{aligned}$$

**In particolare, corpo rigido ruotante intorno ad un asse fisso:**

$$\begin{aligned} x &\leftrightarrow \theta \\ v = \frac{dx}{dt} &\leftrightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} \\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} &\leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ m &\leftrightarrow I \\ a = \frac{F}{m} &\leftrightarrow \dot{\omega} = \frac{M}{I} \\ p = mv &\leftrightarrow L = I\omega \\ F = \frac{dp}{dt} = ma &\leftrightarrow M = \frac{dL}{dt} = I\dot{\omega} \\ \dots\dots\dots &\leftrightarrow \dots\dots\dots \end{aligned}$$

- **Ottica geometrica:**

Riflessione:  $\theta_i = \theta_r$ ;

Legge di Snell:  $n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$ ;

(in entrambi i casi:  $\vec{i}$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{r}$  planari).

Punti coniugati:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}.$$

Distanze focali di specchi e lenti:

$$\begin{aligned} f &= \pm \frac{R}{2} \quad (\text{concavo/convesso}); \\ \frac{1}{f} &= (n-1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \end{aligned}$$

(Si presti attenzione alle *convenzioni dei segni*.)

Ingrandimento lineare:  $|G| = |q/p|$

Diottro sferico:

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ f_1 &= R \frac{n_1}{n_2 - n_1} \\ f_2 &= R \frac{n_2}{n_2 - n_1}. \end{aligned}$$