

Fisica per Scienze Naturali - 17 giugno 2013

Soluzioni

1. La forza totale sul palloncino è pari $F_t = -mg + F_A - T$, con T la tensione del filo, F_A la spinta di Archimede, pari a $\rho_{aria} V g$, mentre m è la massa totale del palloncino, la quale comprende quella dell'involucro (m_p) e dell'idrogeno in esso contenuto (m_{H_2}).

Essendo in palloncino fermo, $F_t = 0$, ovvero $T = F_A - mg$.

Usando per ρ_{aria} il valore approssimato di 1.2 g/L, la massa del volume di aria spostata vale

$$m_{aria} = \rho_{aria} \cdot V = 1.2 \text{ g/L} \times 30 \text{ L} = 36 \text{ g};$$

Trascurando la massa dell'idrogeno si ottiene il valore di prima approssimazione

$$T_0 = (m_{aria} - m_p) g = 0.016 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg} = 0.157 \text{ N}$$

Essendo la massa molecolare dell'idrogeno circa pari a 2/29 di quella dell'aria, la massa dell'idrogeno contenuto nel palloncino sarà pari a circa $(2/29) \times m_{aria} = 2.5 \text{ g}$, ottenendo così $m = 22.5 \text{ g}$ e quindi una tensione di

$$T = (m_{aria} - m) g = 0.0135 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg} = 0.132 \text{ N}$$

2. Se il volume è otto volte quello della Terra il suo raggio sarà il doppio, e quindi anche l'accelerazione di gravità sulla superficie.
3. $F(x) = -dE_p/dx = \alpha + \beta x^2$, la quale per $x = 2 \text{ m}$ e per i valori dei parametri vale

$$F(x = 2\text{m}) = -4 \text{ N} + 1 \text{ N/m}^2 \times 4 \text{ m}^2 = 0.$$

4. Conservazione della quantità di moto totale:

$$m_p v_p + 0 = (m_p + M_B) v_f$$

da cui

(a) velocità finale:

$$\begin{aligned} v_f &= \frac{m_p}{m_p + M_B} v_p \\ &= \frac{30 \text{ g}}{1030 \text{ g}} 110 \text{ m/s} = 3.2 \text{ m/s}; \end{aligned}$$

(b) variazione di energia cinetica:

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= E_c^{(fin)} - E_c^{(in)} \\ &= \frac{1}{2} (m_p + M_B) v_f^2 - \frac{1}{2} m_p v_p^2 \\ &= 5.3 \text{ J} - 181.5 \text{ J} = -176.2 \text{ J} \end{aligned}$$

[Ovviamente si poteva rispondere a questa domanda calcolando l'espressione di ΔE_c in funzione dei parametri del problema:

$$\begin{aligned}\Delta E_c &= \frac{1}{2} (m_p + M_B) \left(\frac{m_p}{m_p + M_B} v_p \right)^2 - \frac{1}{2} m_p v_p^2 \\ &= -\frac{1}{2} \frac{M_B}{m_p + M_B} m_p v_p^2 \\ &= -\frac{M_B}{m_p + M_B} E_c^{(in)} = \frac{-1}{1 + m_p/M_B} E_c^{(in)} : \end{aligned}$$

la frazione di energia persa nell'urto anelastico dipende dal rapporto m_p/M_B e si annulla se $m_p \gg M_B$ ("auto contro moscerino"), mentre va al 100% per $m_p \ll M_B$ ("chewing gum contro parete").

5. Nello scambio termico fra due corpi che formano un sistema isolato il calore è trasmesso da un corpo all'altro:

$$\begin{aligned}m_1 c_1 (T_{eq} - T_1) + m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) &= 0 \\ C_1 (T_{eq} - T_1) + C_2 (T_{eq} - T_2) &= 0, \end{aligned}$$

da cui

$$T_{eq} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2} = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

(la temperatura di equilibrio è pari alla media pesata delle temperature iniziali, con pesi le capacità termiche). Ne segue, con '1' alluminio e '2' acqua

$$T_{eq} = \frac{50 \text{ g} \times 0.20 \text{ cal/g}^\circ\text{C} \times 100^\circ\text{C} + 200 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C} \times 20^\circ\text{C}}{50 \text{ g} \times 0.20 \text{ cal/g}^\circ\text{C} + 200 \text{ g} \times 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}} = 23.8^\circ\text{C}.$$

6. Il corpo comincia a scivolare la forza lungo il piano inclinato ha superato quella massima di attrito statico. L'inclinazione massima è data quindi dalla relazione

$$m g \sin \theta = \mu_S m g \cos \theta,$$

da cui

$$\mu_S = \tan \theta,$$

pari a 0.47 nel nostro caso.

7. (a) L'equilibrio si ha quando la forza elastica uguaglia la forza peso:

$$\Delta = F/k = mg/k = 1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ N/kg} / 10 \text{ N/m} = 98 \text{ cm};$$

- (b) L'estremo della molla oscilla con

$$\begin{aligned}\omega^2 &= \sqrt{k/m} = \sqrt{(10 \text{ N/m})/(1 \text{ kg})} = \sqrt{10 \text{ s}^{-2}} = 3.16 \text{ s}^{-1} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{m/k} = 1.987 \text{ s} \approx 2 \text{ s}\end{aligned}$$

8. (a) Dall'equazione dei punti coniugati, con $f = +5\text{ cm}$ e $p = +15\text{ cm}$ (importante insistere sui segni!):

$$\begin{aligned}\frac{1}{q} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \\ q &= \frac{p \cdot f}{p - f} = \frac{15\text{ cm} \times 5\text{ cm}}{15\text{ cm} - 5\text{ cm}} = +7.5\text{ cm} .\end{aligned}$$

(b) Per la costruzione grafica, vedi appunti/dispense del corso.

9. La forza centripeta è pari alla massa per l'accelerazione centripeta, pari, in un moto circolare uniforme, a v^2/R , con $R = c/(2\pi)$, da cui

$$\begin{aligned}F &= m \frac{v^2}{R} \\ v &= \sqrt{\frac{F \cdot c/(2\pi)}{m}} = 9.8\text{ m/s} \\ T &= \frac{c}{v} = \frac{300\text{ m}}{9.8\text{ m/s}} \approx 31\text{ s} .\end{aligned}$$

10. L'energia erogata da una batteria attiva per un tempo Δt con una potenza costante P , vale $E = P \times \Delta t$, da cui

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{150000\text{ J}}{15\text{ W}} = 10000\text{ s} = 2.78\text{ h} \quad (2 : 47) .$$